۸۸۸ تست جبر و آنالیز

مکمل حساب دیفرانسیل و انتگرال ۱و۲ و حسابان ۱و۲

تألیف :

غلامرضا صفاکیش همدانی

عضو هیأت علمی دانشگاه بوعلی سینا

(ریاضیات پیش دانشگاهی ـ ۱)

888 تست جبر و آنالیز

(با حل تشریحی)

تالیف:

غلامرضا صفاکیش همدانی

با همکاری:

جمعی از کارشناسان ارشد و اساتید

دانشگاههای صنعتی شریف، بوعلی سینا و

دانشگاه تهران

از آنجا که این کتاب و دیگر کتابهای مجموعهٔ "۷۷۷۷ تست ریاضی" از کتابهای معتبر تستی و مورد تأیید بسیاری از استادان دانشگاه و دبیران محترم می‌باشند و بسیاری از دانش‌آموزان بطور کتبی و شفاهی از چاپ آنها تقدیر و تشکر نموده‌اند کتابهای این مجموعه در چاپ‌های بعدی بصورت رنگی چاپ خواهند شد، امید است دانش‌آموزان، دانشجویان و دبیران گرامی جهت بهتر شدن این مجموعه نظرات و پیشنهادات خود را به نشانی ناشر یا مؤلف ارسال نمایند.

انتشارات گنجنامه

همدان ـ خیابان پاستور شماره ۲۷ تلفن ۵۲۷۶۶ ـ ۰۸۱

---

۸۸۸ تست جبر و آنالیز

تألیف: غلامرضا صفاکیش همدانی

چاپ اول | انتشارات دانشگاه بوعلی سینا

چاپ دوم | بهار ۷۶ ـ تیراژ | ۳۰۰۰ نسخه

چاپ | میهن ـ صحافی | تیماج

قیمت: ۷۰۰ تومان

شابک: ۴-۵-۹۱۴۵۳-۹۶۴

ISBN : 964 - 91453 - 5 - 4

فهرست

عنوان | صفحه

پیش درآمد ۴

پیشگفتار مولف و روش استفاده از کتاب ۵
فصل اول: ۱۱۱ تست از توابع ۷
فصل دوم: ۱۲۱ تست از حدّ ۲۷
فصل سوم: ۷۷ تست از مشتق ۴۷
فصل چهارم: ۵۵ تست از مجانب ها ۶۱
فصل پنجم: ۶۶ تست از نمودار توابع ۷۱
فصل ششم: ۴۴ تست از معادلات درجه سوّم ۸۹
فصل هفتم: ۸۸ تست از دیفرانسیل و انتگرال ۹۷
فصل هشتم: تستهای تکمیلی ۱۱۳
فصل نهم: تستهای جبر و آنالیز پنج سال کنکور مرحله اول ۱۵۳
فصل دهم: نکات ضروری و پاسخ کلیدی و تشریحی تستها ۱۷۱
تست‌های مرحلهٔ اول سال ۷۵ - ۷۴ همراه با پاسخ تشریحی ۲۷۹
تست‌های مرحلهٔ اول سال ۷۶ - ۷۵ همراه با پاسخ تشریحی ۲۸۲
پس درآمد ۲۸۶
مراجع ۲۸۷
مسابقهٔ ریاضی ۲۸۸

پیش درآمد

مقدمه ای بر آموختن علم

«علم ماجرای تمام بشریت است، برای آموختن، برای زیستن در جهان و شاید برای دوست داشتن آن، برای آنکه جزئی از این ماجرا باشیم، باید بفهمیم، خود را درک کنیم، به این احساس نزدیک شویم، که در آن آدمی ظرفیتی است بسیار بیشتر از آنچه تاکنون حس کرده است، ظرفیتی از امکانات انسانی به وسعت نامتناهی...

پیشنهاد من این است که علم را در هر سطح، از پائینترین تا بالاترین آن، به طریقی بشردوستانه بیاموزیم، با نوعی فهم فلسفی، فهمی اجتماعی و فهمی انسانی از سرگذشت و گوهر کسانی که این بنا را ساخته اند، با پیروزیها، تلاشها و شکستهائی که داشته اند، بیاموزیم.»

«آیزاک رابی، برنده جایزه نوبل در فیزیک»

کتابخانه مجازی ریاضیات

«بسم اللّه الرحمن الرحیم»

پیشگفتار مؤلف و روش استفاده از کتاب:

اگرچه امتحانات تستی و نوع ارزشیابی آن روش صددرصد مطمئنی نیست امّا باقتضای نیاز علاقه مندان، دانشجویان و دانش آموزان گرامی و *مخصوصاً در راستای ایجاد انگیزه برای مطالعه بیشتر و دقیقتر* اقدام به تالیف این کتاب نمودم. تستهای موجود در این کتاب براساس بخش های مختلف جبر و آنالیز که جزئی مهم از دنیای سحرآمیز ریاضیات است، استوار می باشد و سعی بر آن بوده که نکات مهم و ضروری در حدّ کمال بیان شوند.

جهت استفاده صحیح از این کتاب ابتدا مبحث مربوطه را در کتاب «جبر و آنالیز» خوانده، بعد از مطالعه نکته های ضروری تستهای این کتاب را پاسخ داده، سپس پاسخها و راه حل های خود را با پاسخها و راه حل های کتاب مقایسه نمائید. سعی کنید ایرادهای خود را تشخیص داده، آنها را برطرف نمائید. در صورتی که درصد جوابهای درست شما کم بود بهیچ عنوان مایوس نشوید چون تستهای موجود در این کتاب از بالاترین سطح کیفی جبر و آنالیز دبیرستانی و پیش دانشگاهی برخوردار است و سؤالات مطرح شده بیش از آنکه به حافظه مربوط باشد به تفکّر نیاز دارند.

این کتاب شامل جدیدترین تکنیک ها و روش های تست زنی می باشد که در برخی از تستها تحت عنوان «تکنیک» بکار گرفته شده است.

در تمامی کنکورهای بزرگ سه نوع تست مشاهده می شود نوع اول تستهای ساده و روان است که در مدت زمانی بین ۱۵ الی ۳۰ ثانیه قابل حل است نوع دوم تستهائی هستند که لااقل ۱ دقیقه وقت لازم دارد و نوع سوم که در این

کتاب با علامت ستاره (*) همراه است تست های مشکل و وقت گیر است که گاهی اوقات تا پنج الی ده دقیقه وقت لازم دارند. *روش اساسی این است که ابتدا تستهای نوع اول و دوم را پاسخ داده و درکنار تستهای مشکل علامتی بگذارید و پس از بپایان رسیدن تست های نوع اول و دوم با توجه به وقت باقیمانده این نوع تست ها را مجدداً مورد بررسی قرار دهید.* تست های ستاره دار این کتاب مخصوص دانش آموزان ورزیده و دانشجویانی است که می خواهند برای کنکور یا امتحانات پیش دانشگاهی خود را در سطح بسیار عالی آماده کنند و جزء نفرات ممتاز باشند. بدون شک نظرات سازنده شما در جهت بهبودی این کتاب و روشهای موجود بسیار مفید خواهد بود در صورتی که نظرات یا پیشنهاداتی در مورد کتاب داشته باشید می توانید با نشانی های زیر مکاتبه نمائید.

تهران ـ دانشگاه صنعتی شریف ـ دانشکده ریاضی ـ ر. صفاکیش
همدان ـ دانشگاه بوعلی سینا ـ دانشکده علوم ـ گروه ریاضی ـ ر. صفاکیش

فصل اول: ۱۱۱ تست از توابع

۱ ـ دامنهٔ تابع $f(x) = \frac{\sqrt{1 - x^2}}{|x - 1|}$ کدام است.

۱) $R - \{0\}$ ۲) $[-1, 1]$ ۳) $]-1, 1]$ ۴) $[-1, 1[$

۲ ـ برد تابع $y = \frac{|x|}{|x| + 1}$ کدام است؟

۱) $[-1, 1]$ ۲) $[0, 1]$ ۳) $[0, 1[$ ۴) هیچکدام

۳ ـ برد تابع $y = \frac{|x - 4|}{x - 4}$ کدام است؟

۱) $\{-4, 4\}$ ۲) $\{-1, 1\}$ ۳) $[-4, 4]$ ۴) $[-1, 1]$

۴ ـ اگر f صعودی و g نزولی باشد توابع $f \circ g$ و $g \circ f$ و $f \circ g \circ f$ بترتیب:

۱) صعودی و نزولی‌اند. ۲) نزولی و صعودی‌اند.

۳) نزولی و نزولی‌اند. ۴) هیچکدام

۵ ـ دوره تناوب تابع $y = \sin x + \cos \pi x$ کدام است؟

۱) π ۲) 2 ۳) تناوبی نیست. ۴) هیچکدام

۶ ـ اگر $f(x) = x^3$ و $0 \leq x \leq 2$ و $g(x) = x^2 + 1$ و $0 \leq x \leq 1$ در اینصورت D_{fog} کدامست؟ (کنکور ۶۶)

توجه: در این کتاب برای تنوع و زیبایی گاهی اوقات ضابطه تابع با خود تابع یکی در نظر گرفته شده علاوه بر این ∞ همان $\infty+$ است.

۱) $\{0\}$ ۲) $\{1\}$ ۳) $[0, 2]$ ۴) $]0, 2[$

۷ ـ دوره تناوب تابع $y = Cosx^2 + Sinx$ چیست؟

۱) π ۲) 2π ۳) 1 ۴) هیچکدام

* ۸ ـ معادله تابع معکوس $y = x^3 + 3x^2 + 3x$ کدام است؟

۱) $y = 1 + \sqrt[3]{1 + x}$ ۲) $y = 1 - \sqrt[3]{1 - x}$

۳) $y = -1 + \sqrt[3]{1 + x}$ ۴) $y = 1 + \sqrt[3]{1 - x}$

۹ ـ کدامیک از توابع زیر زوج است؟

۱) $xSinx$ ۲) $xCosx$ ۳) $x + Sinx^2$ ۴) $x^2\ tgx$

۱۰ ـ اگر توابع f و g بصورت $f = \{(2, 5)\}$ و $g = \{(2, 7)\}$ تعریف شده باشند $f + g$ کدام است؟

۱) $\{(4, 12)\}$ ۲) $\{(2, 12)\}$ ۳) $\{(7, 9)\}$ ۴) $\{(9, 7)\}$

* ۱۱ ـ در صورتیکه برد تابع f در فاصله $]-\infty, -1[$ بوده و تابع g روی $]-\infty, -1[$ بوسیله $g(x) = \frac{f(x) - 1}{f(x) + 1}$ تعریف شده باشد در اینصورت برد g کدام فاصله خواهد بود؟ (کنکور سراسری)

۱) $]-\infty, 1]$ ۲) $]-\infty, 1[$ ۳) $]1, \infty[$ ۴) $[1, \infty[$

۱۲ ـ برد $y = [\sqrt{x^2 - 1}]$ کدام است؟ ([ ] جزء صحیح است)

۱) Z ۲) $]-1, 1[$

۳) $R -]-1, 1[$ ۴) $NU\{0\}$

۱۳ ـ اگر f و g هر دو زوج و h فرد باشد در اینصورت hogof چگونه تابعی است؟

۱) زوج ۲) فرد ۳) نه فرد نه زوج ۴) هم فرد و هم زوج

۱۴ ـ بردتابع $y = [\,Sinx - Cosx\,]$ کدام است؟ ([ ] جزء صحیح است)

۱) $[-2, 1]$ ۲) $\{0,1,2\}$ ۳) $\{0,1,-1,-2\}$ ۴) هیچکدام

۱۵ ـ برد تابع $y = x^8 - 4x^6$ کدام است؟

۱) $[0, +\infty[$ ۲) R ۳) $[-27, +\infty[$ ۴) $[1, +\infty[$

۱۶ ـ دامنه تعریف $f(x) = \frac{1}{2^x + 2^{-x}}$ و $g(x) = \frac{1}{2^x - 2^{-x}}$ برابر است با:

۱) $D_f = R$, $D_g = R - \{0\}$ ۲) $D_f = R$, $D_g = R$

۳) $D_f = R^+$, $D_g = R^-$ ۴) $D_f = R - \{0\}$, $D_g = R$

* ۱۷ ـ برد توابع $f(x) = x + \sqrt{x}$ و $g(x) = x - \sqrt{x}$ بترتیب برابر است با:

۱) $R_f = R$, $R_g = [-\frac{1}{4}, \infty[$

۲) $R_f = [0, \infty[$ ، $R_g = [-\frac{1}{4}, \infty[$

۳) برد f اعداد حقیقی مثبت و برد g برابر $[\frac{1}{4}, \infty[$ است.

۴) برد هردو اعداد حقیقی مثبت است.

۱۸ ـ دامنه و برد تابع $f(x) = \sqrt{x - 4} + \sqrt{2 - x}$ بترتیب برابر است با:

۱) $[0,1]$, $[2,4]$ ۲) هردو ϕ اند.

۳) ϕ و $[0,1]$ ۴) هیچکدام

۱۹ ـ کدام جفت تابع با هم برابرند؟

۱) $g(x) = 1$ و $f(x) = \frac{x^2}{x^2}$

۲) $g(x) = x$ و $f(x) = \frac{x^2}{x}$

۳) $g(x) = 0$ و $f(x) = [\,|\frac{x^2}{x^2 + 1}|\,]$

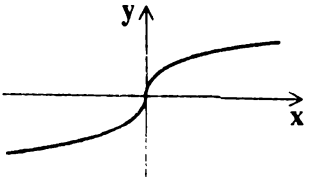
۴) هیچکدام

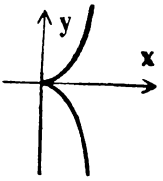
۲۰ ـ دامنه تعریف تابع $f(x) = \sqrt{\frac{1 - x^2}{x + 3}}$ کدام است؟

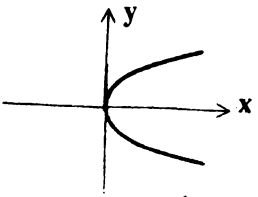
۱) $]-\infty, 3[\cup [-1,1]$ ۲) $]-\infty, -3[\cup [1,\infty[$

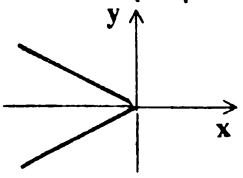
۳) $[3,1]$ ۴) $]-\infty, -3[\cup [-1,1]$

۲۱ ـ کدام نمودار تابع است؟

۱) 

۲) 

۳) 

۴) 

۲۲ ـ اگر $f(x) = \frac{x+1}{\sqrt{x^2+1}}$ باشد (0) $(fofof)$ کدام است؟

۱) $\frac{1+\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$ ۲) $\frac{1-\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$ ۳) $\frac{\sqrt{2}}{4}$ ۴) $\frac{\sqrt{2}}{6}$

۲۳ ـ برد تابع $y = Sinx - Cosx$ کدام است؟

۱) $[0,1]$ ۲) $[-1,1]$ ۳) $[-\sqrt{2}, \sqrt{2}]$ ۴) هیچکدام

۲۴ ـ اگر $f(x) = \frac{2x}{1-x^2}$ و $g(x) = tg2x$ باشد $fog(x)$ کدام است؟

۱) $tg4x$ ۲) $tg2x$ ۳) tgx ۴) $tg8x$

۲۵ ـ تابع با ضابطه $f(x) = \sqrt{x^5 + x}$ روی کدام فاصله معکوس پذیر است؟

۱) فقط $[-1,1]$ ۲) فقط $[-1, \infty[$

۳) فقط $]-\infty, -1]$ ۴) روی R

۲۶ ـ اگر ضریب زاویه خط قائم بر منحنی $y = f(x)$ در نقطه (x,y) برابر k باشد ضریب زاویه خط قائم بر منحنی $y = f^{-1}(x)$ در نقطه متناظر (x_1,y_1) روی منحنی f^{-1} چیست؟

۱) k ۲) k^2 ۳) k^{-1} ۴) هیچکدام

۲۷ ـ اگر $f(2x - 3) = 4x^2$ باشد $f(x)$ کدام است؟

۱) x^2 ۲) $(x + 3)^2$

۳) $x^2 + 18x + 81$ ۴) هیچکدام

۲۸ ـ اگر $f(x) = [x] + [-x]$ باشد آنگاه:

۱) $\forall x \in R \quad f(x) < 0$ ۲) $\forall x \in R - Z \quad f(x) \leq 0$

۳) $\forall x \in Z \; f(x) > 0$ ۴) $\forall x \in R - Z \quad f(x) < 0$

* ۲۹ ـ تابع معکوس تابع $f(x) = x^4 - 16x^2$ در فاصله $[-2\sqrt{2}, 0]$ کدام است؟

۱) $f^{-1}(x) = -\sqrt{8 - \sqrt{64 + x}}$ ۲) $f^{-1}(x) = \sqrt{8 - \sqrt{64 + x}}$

۳) $f^{-1}(x) = -\sqrt{8 - \sqrt{64 - x}}$ ۴) $f^{-1}(x) = \sqrt{8 - \sqrt{64 - x}}$

۳۰ ـ تابع معکوس $y = \text{Cos Sin}x$ کدام است؟

۱) ArcSin ArcCosx ۲) Arc Sin Cosx

۳) Arc Cos Arcsinx ۴) Arc Sin ArcCosy

* ۳۱ ـ دامنه تابع $f(x) = \sqrt{[x] - |x|}$ کدام است؟ ([ ] جزء صحیح است)

۱) N ۲) R^+ ۳) $NU\{0\}$ ۴) Z

۳۲ ـ دامنه تابع با ضابطه $f(x) = \sqrt{\frac{x + 2}{x - 2}} + \sqrt{\frac{1 - x}{x}}$ برابراست با:

۱) [0,1] ۲) [1,2] ۳) [-2,2] ۴) ϕ

* ۳۳ـدامنه تابع با ضابطه $f(x) = \sqrt{\text{Sin}\sqrt{x}}$ کدام است؟

۱) $\{x \in R : (2k\pi)^2 \leq x \leq (2k+1)^2\pi^2, k = 0,1, ...\}$

۲) ϕ

۳) R^+

۴) $\{x \in R : 0 \leq x \leq \pi\}$

۳۴ـبرد تابع سوال قبل کدام است؟

۱) $[0, \infty[$ ۲) R ۳) $[0,1]$ ۴) هیچکدام

۳۵ـدوره تناوب تابع با ضابطه $f(x) = \text{Sin}^2 n\pi x + nx - [nx]$ کدام است؟ (منظور از [ ] جزء صحیح است)

۱) n ۲) $\frac{2}{n}$ ۳) $\frac{1}{n}$ ۴) تناوبی نمی‌باشد

۳۶ـمرکز تقارن تابع با ضابطه $f(x) = x\text{Cos}x - \text{Sin}x$ کدام است؟

۱) $(0, \frac{\pi}{2})$ ۲) مبداء مختصات ۳) (π, π) ۴) مرکز تقارن ندارد.

۳۷ـاگر $f: R \to R$ فرد و $g: R \to R$ زوج باشند fogof و gofog بترتیب:

۱) زوج و فرد ۲) زوج و زوج ۳) فرد و زوج ۴) فرد و فرد

۳۸ـکدام جفت از توابع با ضابطه های زیر با هم مساویند؟

۱) $y = 2\log x$, $y = \log x^2$

۲) $f(x) = \sqrt{x^2}$ و $g(x) = x$

۳) $y = \sqrt{\frac{x-1}{x+1}}$ و $y = \frac{\sqrt{x-1}}{\sqrt{x+1}}$

۴) $f(x) = \frac{1}{x}$ و $y = \frac{x}{x^2}$

* ۳۹ـدوره تناوب تابع f با ضابطه $f(x) = \text{Sin}\frac{\pi x}{n} + x - n[\frac{x}{n}]$ برابر است با: ([ ] جزء صحیح است)

۱) n ۲) $2n$ ۳) $\frac{1}{n}$ ۴) دوره‌تناوب ندارد.

۴۰ـ کدام تابع متناوب است؟

۱) $y = 3x + \text{Cos}\frac{x}{2}$ ۲) $y = \frac{\text{tg}\sqrt{x}}{x}$

۳) $y = \text{Sin}3^x + \text{tg}2^x$ ۴) $y = \text{tgSin}x$

* ۴۱ـ برد تابع $y = \frac{1}{2 - \text{Cos}2x}$ عبارت است از:

۱) $[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}]$ ۲) $]-\infty, 0] \cup [\frac{1}{2}, \infty[$

۳) $[\frac{1}{3}, 1]$ ۴) $[-\frac{1}{3}, \frac{1}{3}]$

۴۲ـ دوره تناوب تابع $y = |\text{Sin}\frac{\pi x}{7}|$ برابر است با:

۱) 7 ۲) $\frac{7}{2}$

۳) 14 ۴) تابع متناوب نیست.

۴۳ـ دوره تناوب تابع $f(x) = \text{Cotg}3x - \text{tg}3x$ برابر است با:

۱) $\frac{\pi}{2}$ ۲) 3π ۳) $\frac{\pi}{6}$ ۴) $\frac{\pi}{3}$

۴۴ـ کدام تابع زوج است؟

۱) $\frac{2}{|x|}$ ۲) $x\text{Cos}\sqrt{x}$ ۳) $\frac{x}{\text{Cos}(\text{Sin}x)}$ ۴) $\frac{\text{tg}(\text{Cos}x)}{x}$

۴۵ـ دوره تناوب تابع $f(x) = \text{Arc tg}(\text{tg}x)$ کدام است؟

۱) π ۲) 2π ۳) $\frac{3\pi}{2}$ ۴) هیچکدام

۴۶ـ تابع f با ضابطه $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x} & x > 0 \\ -\sqrt{-x} & x < 0 \end{cases}$ تابعی است:

۱) زوج ۲) فرد

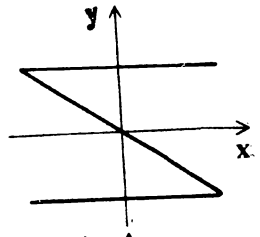
۳) نه فرد و نه زوج ۴) اگر $x \geq 0$ باشد زوج است

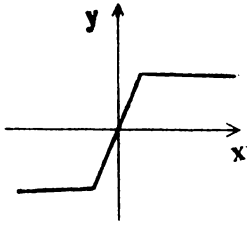
۴۷ـ کدام یک از توابع زیر متناوبند؟

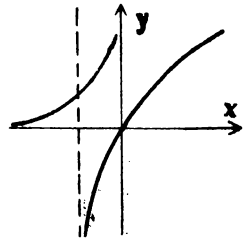
۱) $y = -x\text{Cos}x$ ۲) $y = \text{Sin}x^2$

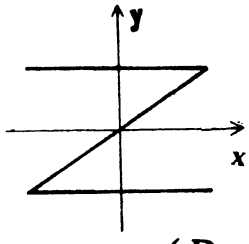
۳) $y = \text{Sin}\frac{1}{x}$ ۴) $y = \text{Sin}^2x + \text{tg}x$

۴۸ ـ کدام نمودار زیر نمایش یک تابع است؟

۱)


۲)


۳)


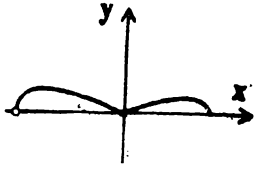
۴)


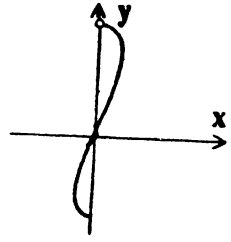
۴۹ ـ کدام نادرست است؟ ($D_f = D_g = R$)

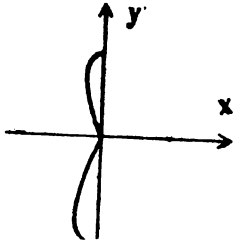
۱) $fog = gof$ ۲) $(fog)oh = fo(goh)$

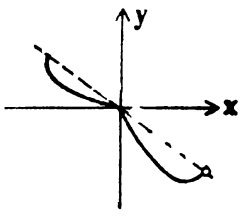
۳) $fof^{-1}(x) = f^{-1}o\,f(x)$ ۴) گزینه (2) و (3)

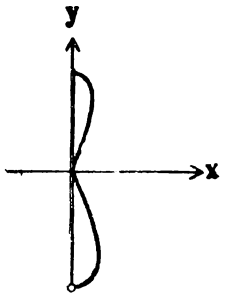
۵۰ ـ اگر نمودار تابع f بصورت مقابل باشد دراینصورت نمودار f^{-1} کدام است؟



۱)


۲)


۳)


۴)


۵۱ ـ برد تابع $f(x) = (-1)^{[x-1]}$ کدام است؟

۱) $\{-1, 1\}$ ۲) $\{-1, 0, 1\}$ ۳) $[-1, 1]$ ۴) Z^+

۵۲ ـ تابع $f(x) = Sinmx + Cosnx$:

۱) زوج است. ۲) فرد است.

۳) هم زوج و هم فرد است. ۴) مجموع یک تابع فرد و یک تابع زوج است.

۵۳ ـ تابع $y = g(x)$ در رابطهٔ $2y^2 - 2xy + x^2 - 8 = 0$ تعریف شده است این تابع در کدام فاصلهٔ زیر می تواند تعریف شده باشد؟

۱) $x \leq -4$ ۲) $x \geq 4$ ۳) $-4 \leq x \leq 4$ ۴) $-4 \leq x \leq 0$

۵۴ ـ اگر $f(x) = Sin2x$ و $g(x) = x^3 - x$ باشد مقدار $g\,(f\,(\frac{\pi}{12}))$ برابر است با:

۱) $-\frac{3}{8}$ ۲) $\frac{3}{8}$ ۳) $-\frac{3}{16}$ ۴) $\frac{3}{16}$

۵۵ ـ اگر $f(x,y) = \frac{\sqrt{x} + \sqrt{y}}{\sqrt{x} - \sqrt{y}}$ در اینصورت $f\,(\frac{1}{y^2}, \frac{1}{x^2})$ کدام است؟

۱) $\frac{y - x}{y + x}$ ۲) $\frac{y + x}{y - x}$

۳) $\frac{x - y}{x + y}$ ۴) $\frac{|x| + |y|}{|x| - |y|}$

۵۶ ـ دورهٔ تناوب تابع $y = x - [x] + \text{Sin}2\pi x$ کدام است؟

۱) $\frac{1}{2}$ ۲) 1 ۳) $\frac{\pi}{4}$ ۴) π

۵۷ ـ اگر تابع $f(x)$ متناوب و دوره تناوب آن 6π باشد در اینصورت دوره تناوب تابع $f(3x)$ کدام است؟

۱) 18π ۲) 9π ۳) 2π ۴) 6π

۵۸ ـ دوره تناوب تابع $y = 4\text{Cos}^2x + \text{tg}\frac{x}{4}$ کدام است؟

۱) $\frac{\pi}{2}$ ۲) π ۳) 2π ۴) 4π

۵۹ ـ دورهٔ تناوب تابع با ضابطهٔ $f(x) = 2x - [2x + 3]$ کدامست؟

۱) 1 ۲) 2 ۳) $\frac{1}{2}$ ۴) 3

۶۰ ـ معادله تابع معکوس $f(x) = x^3 + 3x^2 + 3x + 15$ کدامست؟

۱) $f^{-1}(x) = -1 + \sqrt[3]{x + 14}$ ۲) $f^{-1}(x) = -1 - \sqrt[3]{x + 14}$

۳) $f^{-1}(x) = -1 + \sqrt[3]{x - 14}$ ۴) $f^{-1}(x) = -1 - \sqrt[3]{x - 14}$

۶۱ ـ دوره تناوب $y = \text{Arc tg}(\text{Cos}(\text{Sin}x))$ برابر است با:

۱) π ۲) 2π ۳) $\frac{\pi}{2}$ ۴) $\frac{\pi}{6}$

* ۶۲ ـ دامنه و برد تابع $y = \sqrt{x + \sqrt{x - 1}}$ کدام است؟

۱) $R_f = D_f = R^+$ ۲) $R_f = D_f = [0, \infty[$

۳) $R_f = D_f = [1, \infty[$ ۴) هیچکدام

۶۳ ـ چه رابطه ای بین a و b برقرار باشد تا دوره تناوب تابع $y = \text{Cosax Cosbx} + \text{Sinax Sinbx}$ برابر 2π باشد؟

۱) $a - b = 1$ ۲) $a - b = \frac{1}{2}$ ۳) $a - b = 2$ ۴) $a - b = -\frac{1}{2}$

۶۴ ـ اگر در دو تابع f و g داشته باشیم $R_g = D_f$ و $D_g = R_f$ آنگاه آن.
دوتابع همواره:

۱) معکوس یکدیگرند ۲) مساویند

۳) $fog(x) = x$ ۴) هیچکدام

* ۶۵ ـ دامنه تابع $f(x) = \left[\frac{1}{[x]}\right]$ برابر است با:

۱) $D_f = R$ ۲) $D_f = R - [0, 2[$

۳) $D_f = R - [0, 1[$ ۴) $D_f = R - [0, 1]$

* ۶۶ ـ برد تابع تست ۶۵ عبارت است از:

۱) $\{-1, 1, 0\}$ ۲) $[-1, 1]$ ۳) $R - \{0\}$ ۴) N

۶۷ ـ دامنه تابع $f(x) = \text{Arc Sin}\frac{2x^2}{x}$ کدام است؟

۱) R ۲) $[-\frac{1}{2}, 0[\cup]0, \frac{1}{2}]$

۳) $[-1, 0[\cup]0, 1]$ ۴) $[-1, 1]$

* ۶۸ ـ تابع f روی R با ضابطه $f(x) = \left[\frac{1}{1 - [x^2]}\right]$ تعریف شده دامنه f عبارت است از:

۱) $R - \{1\}$ ۲) $R - [1, \sqrt{2}[$

۳) $[1, \sqrt{2}] \cup]-\sqrt{2}, -1]$ ۴) $R -]-\sqrt{2}, -1] \cup [1, \sqrt{2}]$

۶۹ ـ تابع با ضابطه $f(x) = \sqrt{1 - x^2}$ مفروض است دامنه تابع با ضابطه $g(x) = f(x + 2)$ برابر است با:

۱) $[-3, -1]$ ۲) $[-1, 1]$ ۳) $[1, 3]$ ۴) هیچکدام

۷۰ ـ دوره تناوب تابع $f(x) = \text{tg } n\pi x + x - \frac{[nx]}{n}$ برابر است با:

۱) $\frac{1}{n}$ ۲) n

۳) $2n$ ۴) تابع غیرمتناوب است.

۷۱ـ اگر $x < 1$ باشد ضابطه تابع معکوس تابع $f(x) = x^2 - 2x + 3$ کدام است؟

۱) $f^{-1}(x) = 1 \pm \sqrt{x - 1}$ ۲) $f^{-1}(x) = 1 + \sqrt{x + 2}$

۳) $f^{-1}(x) = 1 - \sqrt{x - 2}$ ۴) $f^{-1}(x) = 1 - \sqrt{x - 1}$

۷۲ـ کدام تابع زوج است؟

۱) $f(x) = \sqrt{|x|\ (x - 1)}$ ۲) $f(x) = \log (ax + \sqrt{a^2x^2+1})$

۳) $f(x) = \text{Sin}^2x - \text{Cos}x$ ۴) $f(x) = |x| - [x]$

۷۳ـ تابع $y = \frac{-2x}{1 + x^2}$ در کدام فاصله معکوس پذیر است؟

۱) $[0 , \infty[$ ۲) $]-1, 1[$ ۳) $]-\infty, 0]$ ۴) هیچکدام

۷۴ـ اگر $f(x) = -x$ و $g(x) = (x + 1)^2$ باشد $g\,[f(x)] + f[g(x)]$ کدام است؟

۱) صفر ۲) $-4f(x)$ ۳) $4f(x)$ ۴) $-g(x)$

۷۵ـ کدام رابطه تابع نمی باشد؟

۱) $y = \sqrt{x^2}$ ۲) $f(x) = \begin{cases} x^2 & x \leq 0 \\ 1 & x > 0 \end{cases}$

۳) $y^3 = x$ ۴) $y^2 = x$

۷۶ـ کدام دوتابع زیر مساوی هستند؟

۱) $f(x) = \begin{cases} x + 1 & x \neq 1 \\ -1 & x = 1 \end{cases}$, $g(x) = \begin{cases} x^2 - \frac{1}{x - 1} & x \neq 1 \\ 0 & x = 1 \end{cases}$

۲) $g(x) = x - 2\ ,\ f(x) = \dfrac{x^2 - 4}{x + 2}$

۳) $g(x) = x^2 + x - 1 \quad f(x) = \dfrac{x^3 - 1}{x - 1}$

۴) $g(x) = \begin{cases} x^2 & x \geq 0 \\ -x^2 & x < 0 \end{cases}\ ,\ f(x) = x\,|x|$

۷۷ـ تابع با ضابطه $f(x) = \sqrt{(1 - x)(x - 2)}$ مفروض است دامنه تابع با ضابطه $y = f(x + 1)$ کدام است؟

۱) $[1,2]$ ۲) $[0,1]$

۳) $[2,3]$ ۴) $]-\infty, 0] \cup [1, +\infty[$

۷۸ـ تابع معکوس تابع $f(x) = x + \sqrt{2x}$ کدام است؟

۱) $y = x + 1 - \sqrt{2x + 1}$ ۲) $y = x + 1 + \sqrt{2x + 1}$

۳) $y = 2x + \sqrt{x}$ ۴) هیچکدام

۷۹ـ تابع معکوس تابع $f(x) = \sqrt{1 - x^2}$ در صورتی که $0 \leq x \leq 1$ باشد کدام است؟

۱) $y = -\sqrt{1 - x^2}$ ۲) $y = \sqrt{1 - x^2}$

۳) $y = \dfrac{\sqrt{x^2 - 2ax}}{x - a}$ ۴) $y = \sqrt{x^2 - 2x}$

۸۰ـ دامنه و برد تابع $f(x) = x\sqrt{|x|}$ عبارت است از:

۱) $D_f = R_f = [0, \infty[$ ۲) $D_f = R_f = R$

۳) $D_f = R_f = R^+$ ۴) هیچکدام

* ۸۱ـ دامنه و برد تابع $f(x) = \sqrt{\dfrac{1 - |x|}{1 + |x|}}$ برابر است با:

۱) $R_f = D_f = R$ ۲) $D_f = [-1, 1] \quad R_f = [0, 1]$

۳) $R_f = D_f = R^+$ ۴) هیچکدام

۸۲ـ دوره تناوب تابع $f(x) = \sin^2 \frac{x}{3} + \tan \frac{x}{4} + \cos^2 3x$

۱) 2π ۲) 12π ۳) 3π ۴) 4π

۸۳ـ تابع با ضابطه $f(x) = \cos \sin x + \sin \cos x$

۱) فرد است. ۲) زوج است.

۳) نه فرد و نه زوج است. ۴) اگر $x > 0$ باشد فرد است.

۸۴ـ تابع معکوس تابع $f(x) = \frac{x^2}{1 + x^2}$, $x \geq 0$ کدام است؟

۱) $\frac{x}{\sqrt{1 - x}}$ ۲) $\sqrt{\frac{x}{1 + x}}$ ۳) $\sqrt{\frac{x}{1 - x}}$ ۴) $\frac{1}{\sqrt{1 - x^2}}$

۸۵ـ دوره تناوب $\sin^3 x$ $(y = \cos (\frac{17\pi}{2} + x)$ برابر است با:

۱) 2π ۲) π ۳) $\frac{2\pi}{3}$ ۴) دوره‌تناوب ندارد.

۸۶ـ مرکز تقارن تابع $y = (x - a)^{2n + 1}$ که n عددی‌طبیعی می باشد کدام است؟

۱) $(0, 0)$ ۲) $(a, 0)$ ۳) $(0, a)$ ۴) (a, a)

۸۷ـ تابع $f(x) = \frac{1}{[x]}$ روی فاصله $]-\infty, 0[$ تابعی . . . است.

۱) نزولی ۲) صعودی ۳) اکیداً نزولی ۴) اکیداً صعودی

۸۸ـ هرگاه تابع f صعودی و تابع g نزولی باشد $\frac{1}{f}$ و $\frac{1}{g}$ بترتیب :

۱) صعودی و نزولی‌اند. ۲) صعودی و صعودی‌اند.

۳) نزولی و صعودی‌اند. ۴) نزولی و نزولی‌اند.

* ۸۹ـ هرگاه عددی حقیقی و مثبت چون T موجود باشد بطوری که به ازاء هر x , $f(x + T) = -f(x)$ کدام همواره درست است؟

۱) $f(x)$ متناوب و با دوره تناوب T است.

۲) $f(x)$ متناوب با دوره تناوب کمتر یا مساوی $2T$ است.

۳) $f(x)$ فرد است.

۴) $f(x)$ متناوب نمی باشد.

۹۰ـ اگر $f(x) = \frac{x + 2|x|}{3}$ و $g(x) = x^2$ داده شده باشد و $x>0$ مقدار $gof(x)$ برابر است با:

۱) $\frac{1}{2}x^2$ ۲) $Sinx$ ۳) $2x^2$ ۴) x^2

۹۱ـ کدامیک از توابع زیر فرد است؟

۱) $y = |x| + \sqrt{x^2 - 1}$ ۲) $y = x\ Sinx$

۳) $y = \sqrt{x^2 + x + 1} - \sqrt{x^2 - x + 1}$ ۴) $y = 3^x + 3^{-x}$

۹۲ـ توابع زیر از $R \to R$ تعریف شده اند کدام تابع پوشا می باشد؟

۱) $y = \frac{2x^3 - 3}{x^3 + 1}$ ۲) $y = \sqrt[5]{x^3+3x+1}$

۳) $y = tg^2x$ ۴) $y = x^4 - 4x$

۹۳ـ مجموعه برد تابع حقیقی $y = [Sin^2x + 3Sinx - 1]$ کدام است؟
([ ] جزء صحیح است)

۱) $\{0, 1, 2, 3\}$ ۲) $\{-3, -2, -1, 0\}$

۳) $\{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$ ۴) $\{-2, -1, 0, 1, 2\}$

* ۹۴ـ مجموعه برد تابع $y = 2x - 12\sqrt{x}$ کدام است؟

۱) $R_f = [-9, +\infty[$ ۲) $R_f =]-\infty, -9]$

۳) $R_f = [9, +\infty[$ ۴) $R_f =]-\infty, 9]$

۹۵ـ تابع $f(x) = x\frac{a^x + 1}{a^x - 1}$ چگونه تابعی است؟

۱) فرد ۲) زوج ۳) هم فرد و هم زوج ۴) نه فرد و نه زوج

۹۶ ـ تابع $f(x) = \left[\frac{2x^2+1}{x^2+2}\right]$ چگونه تابعی است؟ ([ ] جزء صحیح است.)

۱) فرد ۲) زوج ۳) هم فرد وهم زوج ۴) نه فرد و نه زوج

* ۹۷ ـ تابع $f(x) = \begin{cases} 5^x & x \geq 0 \\ 5^{-x} & x < 0 \end{cases}$ مفروض است، این تابع:

۱) فرد است. ۲) زوج است.

۳) هم فرد و هم زوج است. ۴) نه فرد و نه زوج است.

۹۸ ـ برد تابع $f(x) = \begin{cases} \frac{x}{[x]} & x < 0 \\ 0 & x \geq 0 \end{cases}$ کدام است. (کنکور ۶۷)

۱) $]-\infty, 0]$ ۲) $[0, 1]$ ۳) $[0, 1[$ ۴) $[0, +\infty[$

۹۹ ـ دامنهٔ تعریف تابع $f(x) = \frac{\sqrt{x-2}\sqrt{x-1}}{\sqrt{x-3}-2}$ برابر است با:

۱) $[2, +\infty[$ ۲) $[2, 3]$ ۳) $[3, +\infty[$ ۴) $[3, +\infty[-\{7\}$

۱۰۰ ـ دامنهٔ تعریف تابع $f(x) = \frac{1}{2 - \sqrt{4-x^2}}$ کدامست؟

۱) $[-2, 2[$ ۲) $[-2, 2]$

۳) $]-2, 2[- \{0\}$ ۴) $[-2, 2] - \{0\}$

۱۰۱ ـ دامنهٔ تعریف تابع با ضابطهٔ $f(x) = \frac{x}{x + |x|}$ کدامست؟

۱) R ۲) $R - \{0\}$

۳) $]0, \infty[$ ۴) $[0, \infty[$

۱۰۲ ـ تابع با ضابطهٔ $f(x) = \sqrt{\frac{(2-x)(2+x)^2}{2+x}}$

۱) فرد است. ۲) زوج است.

۳) نه فرد و نه زوج است. ۴) هم فرد و هم زوج است.

۱۰۳ ـ برد تابع با ضابطهٔ $f(x) = \sqrt{x^2 - 3x - 2}$ کدامست؟

۱) $[0, +\infty[$ ۲) $[1, 2[$ ۳) $[0, \frac{1}{4}]$ ۴) $[0, \frac{1}{2}]$

* ۱۰۴ ـ برد تابع با ضابطهٔ $f(x) = \frac{x^2 + 3}{\sqrt{x^2 + 1}}$ کدامست؟

۱) R ۲) $[0, +\infty[$ ۳) $[1, +\infty[$ ۴) $[2\sqrt{2}, +\infty[$

۱۰۵ ـ دامنهٔ تعریف تابع با ضابطهٔ $f(x) = \frac{3x}{3 + [3x]}$ کدامست؟

۱) $R - [-2, -1]$ ۲) $R - \{-1\}$

۳) $R - [-1, -\frac{1}{2}[$ ۴) $R - [-1, -\frac{2}{3}[$

۱۰۶ ـ دامنهٔ تعریف تابع $f(x) = \frac{5x}{[x - 5]}$ کدامست؟

۱) $R - \{5 , 6\}$ ۲) $R - [5 , 6]$ ۳) $R - [5 , 6[$ ۴) $R - \{5\}$

۱۰۷ ـ دامنهٔ تعریف $f(x) = \sqrt{x - \sqrt{4 - x^2}}$ کدامست؟

۱) $[-2, 2]$ ۲) $[0, 2]$ ۳) $[\sqrt{2}, 2]$ ۴) $[-\sqrt{2}, \sqrt{2}]$

۱۰۸ ـ کدامیک از توابع زیر پوششی هستند؟

۱) $y = x^3 + 2$ ۲) $y = x^2 + 1$

۳) $y = tg^2x$ ۴) $y = Cosx$

۱۰۹ ـ کدامیک از توابع زیر یک به یک هستند؟

۱) $y = Sinx + Cosx$ ۲) $y = \sqrt[3]{x + 1}$

۳) $y = x^2 - 1$ ۴) هیچکدام

* ۱۱۰ ـ برد تابع $f(x) = tg\,x + cotgx$ کدامست؟

۱) $[-2, 2]$ ۲) $]-2, 2[$

۳) $R - [-2, 2]$ ۴) $R -]-2, 2[$

* ۱۱۱ ـ تابع $f(x) = \sqrt[3]{x^5 - 1}$ در دامنهٔ تعریف خود:

۱) پوشش ولی غیر یک به یک است.
۲) یک به یک ولی غیرپوششی است.
۳) پوششی و یک به یک می‌باشد.
۴) نه پوششی و نه یک بیک می‌باشد.

فصل دوم: ۱۲۱ تست از حدّ و پیوستگی

۱۱۲ ـ مقدار $\lim_{x \to 1^-} \frac{1 - x}{(\text{Arc Cos}x)}$ برابر کدام است؟

۱) 1 ۲) -1 ۳) 0 ۴) 2

۱۱۳ ـ تابع f بر مجموعه اعداد حقیقی بوسیلهٔ $f(x) = 2x - x^2$ تعریف شده است، وقتی $x \to 0$ این تابع هم ارز کدام عبارت است؟

۱) $-x^2$ ۲) $1 - 2x$ ۳) $2x^2$ ۴) $\text{Sin}2x$

۱۱۴ ـ اگر $\lim_{x \to 0} \frac{-2\text{Sin}x}{ax} = \frac{1}{5}$ آنگاه a کدام است؟

۱) -5 ۲) 5 ۳) 10 ۴) -10

* ۱۱۵ ـ حدّ تابع $y = \frac{\text{tgbx} - \text{bx}}{x^2\,\text{tgbx}}$ وقتی $x \to 0$ برابر کدام گزینه است؟

۱) $\frac{b}{3}$ ۲) صفر ۳) b ۴) $\frac{b^2}{3}$

* ۱۱۶ ـ حاصل $\lim_{x \to 1^+} \frac{\sqrt{x} - 1}{\text{Sin}\,2(x - 1)}$ برابر کدام است؟

۱) $\frac{1}{4}$ ۲) $\frac{1}{2}$ ۳) صفر ۴) 1

۱۱۷ ـ حدّ تابع $y = x\text{tg}\frac{\pi}{5x}$ وقتی که $x \to +\infty$ برابر کدام است؟

۱) $\frac{\pi}{5}$ ۲) 0 ۳) $\frac{5}{\pi}$ ۴) $+\infty$

۱۱۸ ـ به ازای کدام مقدار a تابع $f(x) = a\,[x] + [x + 1]$ در نقطه

$x = 1$ دارای حدّ است؟

۱) -2 ۲) -1 ۳) 1 ۴) 2

۱۱۹ ـ حدّ تابع $f(x) = \frac{[8x^2]}{x + 8}$ وقتی $x \to 0^+$ برابر کدام است؟

۱) -1 ۲) 0 ۳) 1 ۴) $\frac{1}{5}$

۱۲۰ ـ حدّ تابع $f(x) = xSin\frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{Sinx}{x^2 + 3x}$ وقتی که $x \to 0^+$ برابر کدام است؟

۱) 0 ۲) $\frac{1}{3}$ ۳) $\frac{1}{2}$ ۴) 1

۱۲۱ ـ تعریف گزارهٔ $\lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$ کدام است؟

۱) $\forall N > 0 \quad \exists M > 0 \quad \forall x \; [x > N \Rightarrow f(x) > M]$

۲) $\exists M > 0 \quad \forall N > 0 \quad \forall x \; [x > N \Rightarrow f(x) > M]$

۳) $\exists N > 0 \quad \forall M > 0 \quad \forall x \; [x > N \Rightarrow f(x) > M]$

۴) $\forall M > 0 \quad \exists N > 0 \quad \forall x \; [x < -N \Rightarrow f(x) < -M]$

۱۲۲ ـ حاصل $\lim_{x \to 0^-} \frac{[Sinx]}{x}$ کدام است؟ ([ ] جزء صحیح است)

۱) صفر ۲) $+\infty$ ۳) $-\infty$ ۴) 1

۱۲۳ ـ حاصل $\lim_{x \to \pi/2^+} \frac{5}{5 + 5^{tgx}}$ برابر کدام است؟

۱) 5 ۲) $\frac{1}{2}$ ۳) 1 ۴) 0

۱۲۴ ـ حاصل $\lim_{x \to \infty} (\sqrt[5]{x^5 - 10x^4} - \sqrt[3]{x^3 + 6x^2 + 1})$ کدام است؟

۱) 0 ۲) 2 ۳) -2 ۴) -4

۱۲۵ ـ اگر $\sqrt{x + \sqrt{x + \sqrt{x}}}$ وقتی $x \to \infty$ هم ارز x^b باشد در اینصورت:

۱) $b = 2$ ۲) $b = 1$ ۳) $b = \frac{1}{2}$ ۴) هیچکدام

۱۲۶ ـ حاصل $\lim_{x \to 0} \frac{tgx \cdot Sin2x \cdot Sin3x \ldots Sin\, nx}{nx^{n-1}\, Sinx}$ کدام‌است؟

۱) 1 ۲) $n!$ ۳) $(n-1)!$ ۴) 0

۱۲۷ ـ اگر $a = \lim_{x \to \infty} \frac{\sqrt{2 + x^2}}{x}$ و $b = \lim_{x \to \infty} \frac{x}{\sqrt{2 + x^2}}$ باشد کدام رابطه برقرار است؟

۱) $a = b$ ۲) $a > b$ ۳) $a = 3b$ ۴) $a < b$

* ۱۲۸ ـ حاصل $\lim_{x \to 0} \frac{1 - x^2/2 - Cosx}{x^4}$ برابر است با:

۱) $-\frac{1}{24}$ ۲) 0 ۳) ∞ ۴) وجود ندارد

۱۲۹ ـ حاصل $\lim_{x \to 0} \frac{tg\sqrt{2}x \cdot tg^2\sqrt{3}x}{3x^3}$ برابر است با:

۱) 1 ۲) ∞ ۳) $\sqrt{0}$ ۴) $\sqrt{2}$

* ۱۳۰ ـ حاصل $\lim_{x \to 0} \frac{[x]}{x}$ کدام است

۱) 1 ۲) 0 ۳) $-\infty$ ۴) وجود ندارد.

* ۱۳۱ ـ مقدار $\lim_{x \to 0} \left((3)^{2/x} + 3^{2x} \right)$ کدام است؟

۱) $+\infty$ ۲) 0 ۳) -1 ۴) 1

۱۳۲ ـ اگر تابع f در فاصله $[a,b]$ پیوسته باشد، آنگاه همواره داریم:

۱) تابع f در تمام نقاط این فاصله حدّ دارد.

۲) تابع f در تمام نقاط این فاصله مشتق پذیر است.

۳) تابع f در دو نقطه از این فاصله حدّ ندارد.

۴) تابع f حداکثر در دو نقطه از این فاصله حدّ ندارد.

۱۳۳ ـ حاصل $\lim_{x \to \infty} \frac{x^6 + (x+1)^6 + ... + (x+10)^6}{x^6 + 10^6}$ چقدر است؟

۱) 11 ۲) 10 ۳) 1 ۴) ∞

* ۱۳۴ ـ حاصل $\lim_{x \to +\infty} \left((\frac{1}{3})^{3x} + 2^x \right)$ برابر است با:

۱) 0 ۲) 1 ۳) -∞ ۴) +∞

۱۳۵ ـ حاصل $\lim_{x \to 0^+} \frac{x - \sqrt{x}}{x + \sqrt{x}}$ کدام است

۱) 0 ۲) -1 ۳) 1 ۴) ∞

۱۳۶ ـ تابع $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 4x - 5}{x - 5} & x \neq 5 \\ 7 & x = 5 \end{cases}$ در نقطه $x = 5$

۱) معین است. ۲) پیوسته است.

۳) معین و پیوسته است. ۴) معین و ناپیوسته است.

۱۳۷ ـ حاصل $\lim_{x \to a} \frac{a^p - x^p}{x^m - a^m}$ برابر است با:

۱) $-a^{m-p}$ ۲) $\frac{m}{p} a^{m+p}$ ۳) $\frac{-p}{m} a^{p-m}$ ۴) $\frac{p}{m} a^{m-p}$

۱۳۸ ـ تابعی با ضابطه $f(x) = \begin{cases} 3x + 1 & x \notin Z \\ \text{تعریف نشده} & x \in Z \end{cases}$ را در R داریم،

اگر x به سمت ۱ ـ میل کند تابع f:

۱) معین است. ۲) دارای حدّ است.

۳) پیوستگی راست دارد. ۴) پیوسته است.

۱۳۹ ـ حاصل $\lim_{x \to -\infty} \sqrt{4x^2 + x} + 2x$ کدام است؟

۱) 0 ۲) $+\infty$ ۳) $-\frac{1}{4}$ ۴) $\frac{1}{6}$

* ۱۴۰ ـ تابع g با ضابطه

$$g(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - x - 2}{x^2 - 3x + 2} & x \neq 1,2 \\ -1 & x = 1 \\ 3 & x = 2 \end{cases}$$

تعریف شده این تابع در $x = 2$:

۱) نامعین است. ۲) پیوسته است.

۳) پیوستگی راست دارد. ۴) پیوستگی چپ دارد.

۱۴۱ ـ حاصل $\lim_{x \to 1^-} \frac{(x+1)^3 - 8}{|x - 1|}$ برابر است با:

۱) 4 ۲) -4 ۳) -12 ۴) ∞

۱۴۲ ـ حاصل $\lim_{x \to +\infty} \frac{\sqrt{x + \sqrt{x + \sqrt{x}}}}{\sqrt{x + 1}}$ برابر است با:

۱) 0 ۲) ∞ ۳) 1 ۴) -1

۱۴۳ ـ حاصل $\lim_{x \to 0} \frac{\text{Sin } x/3 \ \text{Sin} 2x^2/5 \ \text{tg} x^2/2}{3x^5}$ برابر است با:

۱) $\frac{1}{45}$ ۲) $\frac{1}{15}$ ۳) 15 ۴) 45

۱۴۴ ـ حاصل $\lim_{x \to 1} \frac{1 - x}{\text{Arc Cos} x}$ کدام است؟

۱) 0 ۲) ∞ ۳) 1 ۴) قابل تعیین نیست.

۱۴۵ ـ اگر $a \in R$ باشد حاصل $\lim_{x \to a} \left[\frac{3x^2 + 2}{x^2 + 1}\right]$ برابر است با:

۱) وجود ندارد. ۲) بستگی به a دارد.

۳) برابر ۳ است. ۴) برابر ۲ است.

* ۱۴۶ ـ تابع $f(x) = \left[\frac{x^3 - x}{6}\right]$ در نقطه ای بطول $x = 53$

۱) حدّ دارد ولی مقدار ندارد. ۲) مقدار دارد ولی حدّ ندارد.

۳) حدّ و مقدار مساوی دارد. ۴) حدّ و مقدار نامساوی دارد.

* ۱۴۷ ـ حدّ تابع $y = \sqrt{\frac{|x| - \pi/2}{\cos |x|}}$ وقتی $x \to \frac{\pi}{2}$ کدام است؟

۱) 0 ۲) 1 ۳) -1 ۴) وجود ندارد.

۱۴۸ ـ حاصل $\lim_{x \to 0} \frac{\tg(x\sqrt{x-1}) + \sin(x\sqrt{x-1})}{x\sqrt{x-1}}$ کدام است؟

۱) 1 ۲) 2 ۳) صفر ۴) ∞

۱۴۹ ـ حاصل $\lim_{x \to \pi/6} \frac{\sin(x - \pi/6)}{\sqrt{3} - 2\cos x}$ برابر است با:

۱) $\sqrt{3}$ ۲) $\frac{1}{2}$ ۳) 0 ۴) 1

۱۵۰ ـ حدّ تابع $y = (1 - x)\sec\frac{\pi x}{2}$ وقتی $x \to 1$ کدام است؟

۱) ∞ ۲) 0 ۳) $\frac{2}{\pi}$ ۴) $-\frac{2}{\pi}$

۱۵۱ ـ حدّ تابع $y = \frac{x^m}{[\sin nx]^m}$ وقتی $x \to 0$ کدام است؟

۱) n^{-m} ۲) n^m ۳) m^n ۴) m^{-n}

۱۵۲ ـ حدّ تابع $y = \frac{\sin x \sin x/2 \ldots \sin x/n}{x^n}$ وقتی x به سمت صفر میل می‌کند برابر است با:

۱) $\frac{1}{n!}$ ۲) $n!$ ۳) n^n ۴) حدّ ندارد.

۱۵۳ ـ حدّ تابع $y = \frac{x}{1 - \cos mx}$ هنگامی که $x \to 0^+$ برابر است با:

۱) ∞ ۲) صفر ۳) 1 ۴) -1

* ۱۵۴ ـ حاصل $\lim_{x \to 1} \frac{x + x^2 + ... + x^n - n}{x - 1}$ برابر است با:

۱) $\frac{n}{2}(n + 1)$ ۲) $\frac{n^2 + 1}{2}$

۳) $2n(n - 1)$ ۴) $\frac{n^2 - 1}{2}$

۱۵۵ ـ تابع g با ضابطه $g(x) = \begin{cases} \frac{|x^2 - x - 2|}{x^2 - 3x + 2} & x \neq 1,2 \\ -1 & x = 1 \\ 3 & x = 2 \end{cases}$ تعریف

شده این تابع در $x = 2$:

۱) نامعین است. ۲) پیوسته است.

۳) پیوستگی راست دارد. ۴) پیوستگی چپ دارد.

۱۵۶ ـ حاصل $\lim_{x \to 1^-} \frac{(x + 1)^3 - 1}{|x - 1|}$ برابر است با:

۱) 4 ۲) -4 ۳) -12 ۴) ∞

* ۱۵۷ ـ حدّ تابع $y = x \csc \frac{\pi(1 - x)}{2}$ وقتی $x \to 0$ برابر است با:

۱) ∞ ۲) 0 ۳) $\frac{2}{\pi}$ ۴) $-\frac{2}{\pi}$

۱۵۸ ـ حدّ تابع $y = \frac{x^m}{\sin^m x}$ وقتی $x \to 0$ کدام است؟

۱) m^{-m} ۲) m^m ۳) 1 ۴) 0

۱۵۹ ـ حاصل $\lim_{x \to 0} \frac{\sin x^2 \sin x^2/2 ... \sin x^2/n}{x^n}$ برابر است با:

۱) $\frac{1}{n!}$ ۲) $n!$ ۳) 0 ۴) حدّ ندارد.

۱۶۰ ـ حدّ تابع $y = \frac{x}{x - \cos mx}$ هنگامی که $x \to 0^+$ برابر است با:

۱) ∞ ۲) صفر ۳) 1 ۴) -1

۱۶۱ ـ حاصل $\lim_{x \to \pi/6} \frac{tg\,(x - \pi/6)}{\sqrt{3} - 2Cosx}$ برابر است با:

۱) $\sqrt{3}$ ۲) 1 ۳) 0 ۴) $2\sqrt{3 - \sqrt{3}}$

۱۶۲ ـ حدّ تابع $y = \sqrt{\frac{x}{Sin\,x}}$ وقتی $x \to \frac{\pi}{2}$ کدام است؟

۱) 0 ۲) 1 ۳) $\sqrt{\frac{\pi}{2}}$ ۴) وجود ندارد.

۱۶۳ ـ حاصل $\lim_{x \to 1^+} \left(\frac{tg^2\,(x\sqrt{x - 1}) + Sin\,(x^2\sqrt{x - 1})}{x\sqrt{x - 1}} \right)$ برابر:

۱) یک است. ۲) دو است. ۳) صفر است. ۴) ∞ است.

* ۱۶۴ ـ حدّ تابع $y = (-1)^{[x+2]}\,(Sinx)$ وقتی $x \to \pi/6$ برابر است با:

۱) $\frac{1}{2}$ ۲) $-\frac{1}{2}$ ۳) $(-1)^{\pi/6}$ ۴) حدّ ندارد.

* ۱۶۵ ـ حدّ تابع $y = \sqrt{x^2\,Cos\,\frac{1}{x}} + \frac{Sin\,\sqrt{x}}{x + 3\sqrt{x}}$ وقتی $x \to 0^+$ برابر است با:

۱) 0 ۲) 2 ۳) $\frac{1}{3}$ ۴) 1

۱۶۶ ـ حدّ عبارت $\frac{(1 - Cosx)^3}{x^6}$ وقتی که $x \to 0$ برابر است با:

۱) $\frac{1}{8}$ ۲) $\frac{1}{4}$ ۳) 1 ۴) 0

* ۱۶۷ ـ حاصل $\lim_{x \to 0} x\,[\frac{1}{x}]$ برابر است با:

۱) 1 ۲) $\frac{1}{2}$ ۳) 0 ۴) ∞

۱۶۸ ـ حدّ تابع $y = [\frac{x^2 - x + 1}{x^2 - x + 2}]$ وقتی که $x \to +\infty$ کدام است؟

۱) 1 ۲) 0 ۳) $\frac{1}{2}$ ۴) حدّ ندارد.

۱۶۹ ـ منحنی $y = \frac{x^2 + x + 1}{\text{Arc Cos}x + 1}$ همواره:

۱) بالای محور x ها است.
۲) پائین محور x ها است.
۳) در طرفین محور x ها است.
۴) هیچکدام

۱۷۰ ـ حاصل $\lim_{x \to \infty} \frac{x^7 + (x+1)^7 + ... + (x+6)^7}{x^7 + 6^7}$ چقدر است؟

۱) 7 ۲) 8 ۳) 1 ۴) ∞

۱۷۱ ـ مقدار $\lim_{x \to 0^+} \left((3)^{2/x} + 3^{2x} \right)$ کدام است؟

۱) $+\infty$ ۲) 0 ۳) -1 ۴) 1

۱۷۲ ـ حاصل $\lim_{x \to -\infty} \left((\frac{1}{8})^{3x} + 8^x \right)$ برابر است با:

۱) 0 ۲) 1 ۳) $-\infty$ ۴) $+\infty$

۱۷۳ ـ حاصل $\lim_{x \to 0^+} \frac{x^2 - \sqrt{x}}{x^3 + \sqrt{x}}$ کدام است؟

۱) 0 ۲) -1 ۳) 1 ۴) ∞

* ۱۷۴ ـ حاصل $\lim_{x \to 0} \frac{\sqrt[3]{x^2 + 1} - 1}{\sqrt{x^2 + 1} - 1}$ برابر است با:

۱) 3 ۲) $\frac{2}{3}$ ۳) ∞ ۴) 0

* ۱۷۵ ـ حاصل $\lim_{x \to a} \frac{tg^2x - tg^2a}{x^2 - a^2}$ کدام است؟

۱) صفر
۲) 1
۳) $\frac{tga\,(1 + tg^2a)}{a}$
۴) $\frac{tga}{a}$

۱۷۶ ـ حاصل $\lim_{x \to -\infty} \sqrt{x^2 + x} + 2x$ کدام است؟

۱) 0 ۲) $+\infty$ ۳) $-\frac{1}{6}$ ۴) $-\infty$

* ۱۷۷ ـ حدّ تابع $y = \frac{10}{3 + 3^{tgx}}$ وقتی که $x \to \frac{\pi}{2}$ برابر است با:

۱) $\frac{10}{3}$ ۲) 0 ۳) $\frac{10}{6}$ ۴) حدّ ندارد.

۱۷۸ ـ حدّ تابع $y = \frac{x + 2 + \sqrt{1 + x}}{\sqrt{3x - 2x + 5}}$ وقتی که $x \to +\infty$ برابر است با:

۱) $\frac{2}{\sqrt{3}}$ ۲) $\frac{1}{2}$ ۳) -1 ۴) $-\frac{1}{2}$

۱۷۹ ـ اگر $f(x) = 2\sqrt{x^3 - 2x}$ باشد $\lim_{x \to 2} \frac{f(x) - 4}{x - 2}$ کدام است؟

۱) 5 ۲) 4 ۳) 3 ۴) 2

۱۸۰ ـ حدّ تابع $y = \frac{Sin\ 5x}{x - 5Sin2x}$ وقتی $x \to 0$ برابر است با:

۱) 0 ۲) $\frac{9}{5}$ ۳) $-\frac{5}{9}$ ۴) $\frac{\pi}{2\ (18 - \pi)}$

۱۸۱ ـ تابع $f(x) = \begin{cases} -\frac{1}{2}x^2 & x < 5 \\ 7 & x = 5 \end{cases}$ دارای کدامیک از خاصیتهای زیر است؟

۱) همواره پیوسته است. ۲) به ازاءِ $x = 2$ ناپیوسته است.

۳) در نقطه $x = 2$ حدّ دارد. ۴) به ازاءِ $x \leq 2$ پیوسته است.

۱۸۲ ـ حاصل $\lim_{x \to 0} \frac{xSinx}{1 - Cosx}$ برابر است با:

۱) صفر ۲) 1 ۳) 2 ۴) $\frac{1}{2}$

۱۸۳ ـ حدّ تابع $y = \frac{x + Sinx}{x - Cosx}$ وقتی که $x \to \infty$ برابر است با:

۱) 1 ۲) صفر ۳) -1 ۴) 2

* ۱۸۴ ـ حاصل $\lim_{x \to +\infty} \frac{1}{\sqrt{x + \sqrt{x}} - \sqrt{x - \sqrt{x}}}$ برابر است با:

۱) صفر ۲) $\frac{1}{2}$ ۳) 1 ۴) $\sqrt{2}$

۱۸۵ ـ حدّ تابع $f(x) = \frac{Cotg3x}{Cotg2x}$ وقتی $x \to 0$ برابر کدام است؟

۱) صفر ۲) $\frac{3}{2}$ ۳) $\frac{2}{3}$ ۴) $-\frac{2}{3}$

۱۸۶ ـ حدّ تابع $f(x) = \frac{tg3x}{tg5x}$ وقتی $x \to \frac{\pi}{2}$ برابر کدام است؟

۱) $\frac{5}{3}$ ۲) $\frac{3}{5}$ ۳) $-\frac{5}{3}$ ۴) $-\frac{3}{5}$

۱۸۷ ـ حدّ تابع $f(x) = \frac{Sin3x}{Sin2x}$ وقتی $x \to \pi$ کدام است؟

۱) 1 ۲) -1 ۳) $\frac{3}{2}$ ۴) $-\frac{3}{2}$

۱۸۸ ـ حدّ تابع $f(x) = Sin\frac{x-a}{2} tg\frac{\pi x}{2a}$ وقتی $x \to a$ کدام است؟

۱) $\frac{2\pi}{a}$ ۲) $\frac{\pi}{2a}$ ۳) $\frac{\pi}{a}$ ۴) $-\frac{a}{\pi}$

۱۸۹ ـ اگر حدّ تابع $y = \frac{mx-2}{(x-1)^2(x-3)^2}$ وقتیکه $x \to 1$ به سمت $-\infty$ و وقتیکه $x \to 3$ به سمت $+\infty$ میل کند آنگاه حدود m کدام است؟

۱) $m < \frac{2}{3}$ ۲) $m > 2$

۳) $\frac{2}{3} < m < 2$ ۴) $m < \frac{2}{3}$

* ۱۹۰ ـ حدّ تابع $f(x) = \frac{1-Cos(1-Cosx)}{x^4}$ وقتی $x \to 0^+$ کدام است؟

۱) $-\frac{1}{8}$ ۲) $-\frac{1}{4}$ ۳) $\frac{1}{8}$ ۴) $\frac{1}{4}$

۱۹۱ ـ حدّ تابع $f(x) = \frac{[x]^2 - 1}{x - 1}$ وقتی $x \to 1^+$ برابر کدام است؟

۱) صفر ۲) 1 ۳) 2 ۴) حدّ ندارد.

۱۹۲ ـ کدامیک از توابع زیر وقتی $x \to 2$ دارای حدّ است؟

۱) $y = \frac{|x - 2|}{(x - 2)}$ ۲) $y = \frac{(x-2)^2}{|x-2|}$

۳) $y = \frac{\sin (x - 2)}{|x - 2|}$ ۴) $y = \frac{4 - x^2}{|x - 2|}$

* ۱۹۳ ـ حدّ تابع $y = \frac{1}{\sqrt{x + \sqrt{x - \sqrt{x}}} - \sqrt{x}}$ وقتی $x \to +\infty$ کدام است؟

۱) صفر ۲) 2 ۳) 1 ۴) $\sqrt{2}$

۱۹۴ ـ حدّ تابع

$f(x) = \sqrt[4]{x^4 + x^3 - 3x^2} + \sqrt[3]{x^3 - 3x^2} + \sqrt{x^2 - 2x} - 3x + 1$

وقتی $x \to +\infty$ برابر کدام است؟

۱) صفر ۲) $-\frac{3}{4}$ ۳) $+\infty$ ۴) 1

۱۹۵ ـ به ازاء چه مقدار a، $\lim_{x \to -\infty} (x + 1 + \sqrt{x^2 + ax}) = 2$ است؟

۱) -2 ۲) 1 ۳) صفر ۴) $-\frac{1}{2}$

۱۹۶ ـ تابع $f(x) = \begin{cases} x & 0 \le x < 1 \\ 1-x & 1 \le x \le 2 \end{cases}$ مفروض است،

کدامیک از مفاهیم زیر غلط است؟

۱) در $x = 0$ پیوسته است. ۲) در $x = 1$ پیوسته نیست.

۳) در تمام فاصله [0 , 2] پیوسته است. ۴) در $x = 2$ پیوسته است.

۱۹۷ ـ تابع $f(x) = x^2 + [-2x]$ درفاصله [-2, 2] چند نقطه انفصال دارد؟

۱) 5　　۲) 6　　۳) 7　　۴) 9

* ۱۹۸ ـ تابع $f(x) = [\sqrt{x}]$ در کدامیک از نقاط زیر ناپیوسته است؟

۱) $x = 1$　　۲) $x = 32 \times 10^{-5}$

۳) $x = \sqrt{2}$　　۴) در هر سه نقطه

۱۹۹ ـ f تابعی حقیقی با دامنهٔ R و $|f| \leq 2$ که در هیچ نقطه ای دارای حدّ نیست تابع $f(x)(x^2 - 1)$ دقیقاً در چند نقطه دارای حدّ حقیقی است؟

۱) یک　　۲) دو　　۳) سه　　۴) چهار

* ۲۰۰ ـ هرگاه داشته باشیم $f(x) = \sqrt{2x + \sqrt{\frac{4}{x}}}$ در اینصورت $\lim_{x \to 1} \frac{f(x) - 2}{x - 1}$ کدامست؟

۱) $\sqrt{2}$　　۲) $\frac{1}{4}$　　۳) ∞　　۴) هیچکدام

۲۰۱ ـ مقدار $\lim_{x \to 1} (1 - x)\, tg \frac{\pi x}{2}$ برابر است با:

۱) π　　۲) $\frac{1}{\pi}$　　۳) $\frac{2}{\pi}$　　۴) 2π

۲۰۲ ـ مقدار $\lim_{x \to \pi/2} \frac{1 - Sinx}{(\pi/2 - x)^2}$ برابر است با:

۱) $\frac{1}{2}$　　۲) $-\frac{1}{2}$　　۳) -2　　۴) 2

* ۲۰۳ ـ مقدار $\lim_{x \to 0} \frac{(1 - Cosx)^3}{x^8}$ برابر است با:

۱) ∞　　۲) 8　　۳) $\frac{1}{8}$　　۴) $-\frac{1}{8}$

۲۰۴ ـ در تابع با ضابطهٔ $f(x) = \frac{ax - 2}{(x - 1)^2}$ برای اینکه حدّ تابع در

نقطه ای بطول یک بسمت ∞- میل کند باید داشته باشیم:

۱) $a \geq 2$ ۲) $a \leq 2$ ۳) $a < 2$ ۴) $a > 2$

۲۰۵ـ مقدار $\dfrac{1 - 2x}{2x - \sqrt{x^2 - 1}}$ $\lim\limits_{x \to -\infty}$ کدامست؟

۱) -2 ۲) -1 ۳) $-\dfrac{2}{3}$ ۴) $\dfrac{2}{3}$

* ۲۰۶ـ هرگاه $a > 0$ باشد آنگاه $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\sqrt{a^2 + x^2} - \sqrt{a^2 - x^2}}{x \, Sinx}$

برابر است با:

۱) $\dfrac{1}{a}$ ۲) $-\dfrac{1}{a}$ ۳) a^2 ۴) $-a^2$

۲۰۷ـ فرض کنید که تابع f در فاصلهٔ باز شامل نقطهٔ x_0 تعریف شده باشد هرگاه به ازای هر $\beta > 0$ عددی مانند $\alpha > 0$ وجود داشته باشد بطوریکه

$$\forall x \in D_f \quad 0 < | x - x_0 | < \alpha \Rightarrow | f(x) - L | < \beta$$

در اینصورت رفتار f در x_0 کدام است؟ (کنکور سراسری)

۱) تابع f در نقطهٔ x_0 دارای حدّی برابر L می باشد.

۲) تابع f در نقطهٔ x_0 دارای حدّ چپ برابر L می باشد.

۳) تابع f در نقطهٔ x_0 دارای حدّ راست برابر L می باشد.

۴) تابع f در نقطهٔ x_0 دارای حدّی برابر L نیست.

۲۰۸ـ فرض کنید $f(x) = \sqrt{x - 1}$ در اینصورت تابع $f(tgx)$ برروی کدام فاصله پیوسته است. (کنکور ۶۶)

۱) $[0, \dfrac{\pi}{4}[$ ۲) $[0, \dfrac{\pi}{4}]$ ۳) $[\dfrac{\pi}{4}, \pi]$ ۴) $]\dfrac{\pi}{4}, \dfrac{\pi}{2}[$

۲۰۹ـ حاصل $\lim\limits_{x \to \frac{5}{2}} x\,[x]$ برابر است با:

۱) 4 ۲) 6/25 ۳) 5 ۴) حدّ ندارد.

۲۱۰ ـ مقدار $\lim_{h \to 0} \frac{(x + h)^3 - x^3}{h}$ کدامست؟

۱) 0 ۲) ∞ ۳) x^3 ۴) $3x^2$

۲۱۱ ـ برای اینکه وقتی $\beta > 0$ باشد داشته باشیم $\left| \frac{2x}{x + 1} - 2 \right| < \beta$ کافی است داشته باشیم:

۱) $x > \frac{\beta}{2} + 1$ ۲) $x > \frac{2}{\beta} - 1$

۳) $x > \beta - 1$ ۴) $x > \frac{1}{\beta} - 1$

۲۱۲ ـ برای اینکه وقتی $N > 0$ داشته باشیم $4x^2 - 4x + 2 > N$ کافی است داشته باشیم:

۱) $x > \sqrt{N}$ ۲) $x < \frac{1}{2}(1 + \sqrt{N^2 - 1})$

۳) $x > \frac{1}{2}(1 + \sqrt{N^2 - 1})$ ۴) $x > \frac{1}{2}(1 + \sqrt{N - 1})$

۲۱۳ ـ هرگاه $\lim_{x \to 0} \frac{x}{\sqrt{1 - \cos x}} = a$ آنگاه داریم:

۱) $a = \sqrt{2}$ ۲) $a = -\sqrt{2}$ ۳) $a = 5\sqrt{2}$ ۴) هیچکدام

* ۲۱۴ ـ حاصل $\lim_{x \to -\infty} \left(\frac{4x^2 - x + 1}{3x^2 + x - 1} \right)^x$ برابر است با:

۱) $\frac{4}{3}$ ۲) ∞ ۳) 0 ۴) صفر

۲۱۵ ـ حدّ تابع $f(x) = \sqrt{x} \operatorname{tg} \frac{\pi}{3x}$ وقتیکه $x \to \infty$ برابر است با (کنکور ۶۶)

۱) $\frac{\pi}{2}$ ۲) صفر ۳) $\frac{2}{\pi}$ ۴) ∞

۲۱۶ـ هرگاه عدد طبیعی **k** کوچکتر از عدد طبیعی **n** باشد حدّ کسر $\frac{\text{SinxSin2x ... Sin nx}}{x^k}$ در نقطه ای بطول صفر برابر است با:

۱) $\frac{n!}{k}$ ۲) $n!$ ۳) ∞ ۴) صفر

۲۱۷ـ حاصل $\lim_{x \to +\infty} \left(\sqrt{x + \sqrt{x + \sqrt{x}}} - \sqrt{x} \right)$ برابر است با:

۱) ∞ ۲) صفر ۳) $\frac{1}{4}$ ۴) $\frac{1}{2}$

* **۲۱۸ـ** تابع با ضابطهٔ $f(x) = \begin{cases} \frac{x\sqrt{2}}{\sqrt{1 - \cos 2x}} & x \neq 0 \\ 1 & x = 0 \end{cases}$ در

نقطه ای بطول صفر:

۱) پیوسته است. ۲) تنها پیوستگی از راست دارد.

۳) تنها پیوستگی از چپ دارد. ۴) حدّ دارد.

۲۱۹ـ حاصل $\lim_{x \to 1} \frac{(-1)^{[x]}}{x - 1}$ برابر است با:

۱) $+\infty$ ۲) $-\infty$ ۳) 0 ۴) هیچکدام

۲۲۰ـ حاصل $\lim_{x \to -1} \sqrt{x^2 - 1}$ برابر است با:

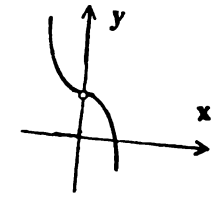
۱) $\sqrt{-1}$ ۲) 0 ۳) 1 ۴) هیچکدام

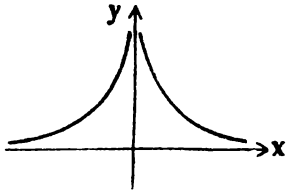
۲۲۱ـ حاصل $\lim_{x \to -\infty} \left(\sqrt{2x^2 + 1} - x \right)$ کدام است؟

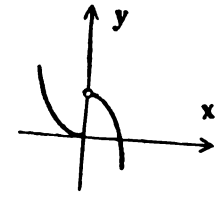
۱) -1 ۲) $\frac{1}{2}$ ۳) 0 ۴) $+\infty$

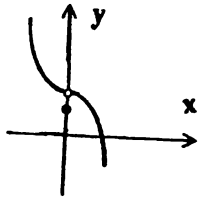
۲۲۲ـ نمودار کدام تابع که در زیر رسم شده در نقطه $x = 0$ دارای حدّ راست

است اما دارای حدّ نمی باشد؟

۱) 

۲) 

۳) 

۴) 

۲۲۳ـ حاصل $\lim_{x \to 0} x\,(x - [x])$ برابر است با:

۱) صفر ۲) $+\infty$ ۳) وجود ندارد. ۴) 1

* ۲۲۴ـ کدام تابع روی R پیوسته است؟

۱) $f(x) = \begin{cases} \sin x + \cos 2x & x \neq 0 \\ 2 & x = 0 \end{cases}$

۲) $f(x) = \dfrac{1}{1 + \sin x}$

۳) $f(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{\sin^2 x} & x \neq k\pi \\ 1 & x = k\pi \end{cases}$

۴) $f(x) = \dfrac{1}{2 + \sin x}$

۲۲۵ـ تابع $f(x) = [x] + [4 - x]$ در نقطه $x = 3$

۱) حدّ دارد.
۲) پیوسته است.
۳) دارای حدّ چپ ۴ است
۴) دارای حدّ راست ۴ است.

۲۲۶ـ تابع $y = \sqrt{x - \sqrt{x}}$ در نقطه ای بطول صفر

۱) دارای حدّ صفر می باشد.
۲) فقط حدّ راست دارد.
۳) فقط حدّ چپ دارد.
۴) حدّ چپ و راست ندارد.

۲۲۷ـ حدّ عبارت $\frac{\sqrt{3x}}{\sqrt{x + \sqrt{2x + \sqrt{3x}}}}$ وقتی که $x \to \infty$ برابر است با:

۱) $\frac{\sqrt{2}}{2}$
۲) $\frac{\sqrt{3}}{2}$
۳) $\frac{\sqrt{3}}{3}$
۴) $\sqrt{3}$

*** ۲۲۸ـ حدّ $\frac{\sqrt{x^2 + a^2} - \sqrt{a^2 - x^2}}{xSinx}$ وقتی $x \to 0$ برابراست با:$(a < 0)$**

۱) $\frac{1}{a}$
۲) $-\frac{1}{a^2}$
۳) $\frac{1}{a^2}$
۴) $\frac{-1}{a}$

۲۲۹ـ حدّ عبارت $\frac{Sin4x}{\sqrt{x + 1} - 1}$ وقتی $x \to 0$ برابر است با:

۱) 2
۲) 4
۳) 6
۴) 8

۲۳۰ـ حدّ عبارت $\frac{Sin\ (Cotgx)}{Cotgx}$ وقتی $x \to \frac{\pi}{2}$ کدام است؟

۱) بی نهایت
۲) -1
۳) 1
۴) صفر

*** ۲۳۱ـ حدّ تابع $y = \left(\frac{(x + 1)^2}{3x^2 - 5x + 1}\right)^{\frac{2x + 1}{3 + x}}$ وقتی $x \to \infty$ برابر است با:**

۱) ∞
۲) صفر
۳) $\frac{1}{9}$
۴) $\frac{1}{3}$

۲۳۲ـ تابعهای $f(x)=(x-1)(x+2)$ و $g(x)=3x-6$

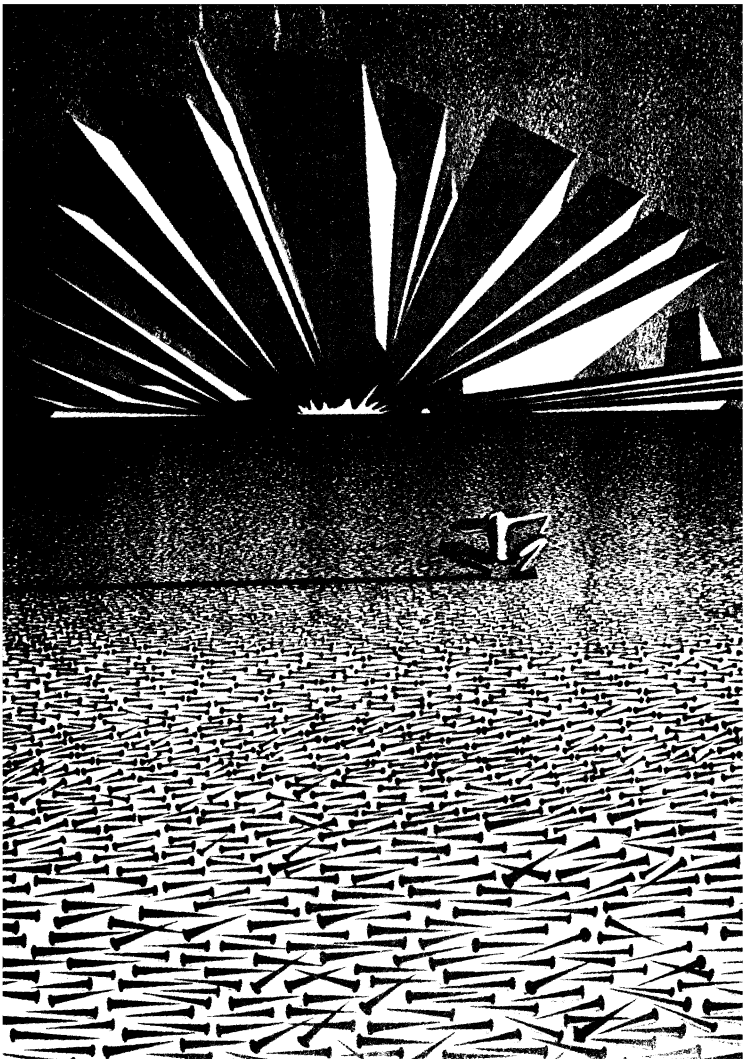
پیوسته می باشند کدامیک از تابعهای زیر پیوسته نمی باشند.

۱) $Q(x)=\sqrt{f(x)\cdot g(x)}$

۲) $Q(x)=\frac{2f(x)}{3g(x)}$

۳) $Q(x)=3f(x)\,[g(x)]^2$

۴) 2, 1



فصل سوم: ۷۷ تست از مشتق

۲۳۳ ـ مشتق تابع $y = \text{Sin}(\text{Cos } x)$ در نقطهٔ $x = 0$ کدامست؟

۱) $-\frac{1}{2}$ ۲) صفر ۳) $\frac{1}{2}$ ۴) 1

۲۳۴ ـ در تابع $y = x^4 - 4x$ نقطه $\begin{matrix}0\\0\end{matrix}$ | 0 چه نوع نقطه ای است؟

۱) Max ۲) Min ۳) عطف ۴) Meplat

* ۲۳۵ ـ مشتق چپ تابع $f(x) = |2x + 1| - |x - 1|$ در نقطهٔ $x = -\frac{1}{2}$ کدامست؟ (کنکور ۶۶)

۱) -1 ۲) 1 ۳) $-\frac{1}{2}$ ۴) $\frac{1}{2}$

۲۳۶ ـ هرگاه $f'(x) = 2x + 1$ باشد در اینصورت $f'(\text{Sin}^2 2x)$ کدام است؟

۱) $2\,\text{Sin}^2 2x + 1$ ۲) $2 \times 4\,\text{Sin}2x\,\text{Cos}2x$

۳) $4(2\,\text{Sin}^2 2x + 1)\,\text{Cos}2x\,\text{Sin}2x$ ۴) هیچکدام

* ۲۳۷ ـ تابع $f(x) = |\text{Sin}x + \frac{1}{2}| - |\text{Sin}x - 1|$ در نقطه ای بطول $\frac{\pi}{2}$

۱) فقط مشتق چپ دارد. ۲) فقط مشتق راست دارد.

۳) مشتق ندارد. ۴) مشتق دارد.

۲۳۸ـ تابع $f(x) = |x^3 - x^2|$ در نقطه ای بطول صفر:

۱) فقط مشتق چپ دارد. ۲) فقط مشتق راست دارد.

۳) مشتق ندارد. ۴) مشتق دارد.

* **۲۳۹ـ تابع f به صورت**

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 2\sin^2 x & x > 0 \\ 2 & x = 0 \\ x^2 & x < 0 \end{cases}$$

تعریف شده کدامیک از گزاره های زیر درست می باشد. (کنکور)

۱) f در نقطهٔ $x = 0$ نه مشتق چپ دارد نه مشتق راست.

۲) f در نقطهٔ $x = 0$ مشتق راست دارد ولی مشتق چپ ندارد.

۳) f در نقطهٔ $x = 0$ مشتق چپ دارد ولی مشتق راست ندارد.

۴) f در نقطهٔ $x = 0$ مشتق دارد.

۲۴۰ـ اگر $x = 2$ متناظر با نقطه عطف تابع با ضابطه $y = \frac{(x + a)^3}{x^3}$ باشد a چقدر است؟ (کنکور)

۱) -2 ۲) -1 ۳) 1 ۴) 2

۲۴۱ـ مشتق تابع $f(f(x))$ در نقطه ای بطول x برابر است با:

۱) $f'(f(x))$ ۲) $f(f'(x))$

۳) $f'(x)\, f'(f(x))$ ۴) هیچکدام

* **۲۴۲ـ اگر $f(x) = x^3$ باشد آنگاه $\frac{f(1 + n) - f(1)}{n}$ کدامست؟** $\lim_{n \to 0}$

۱) $3x^2$ ۲) 3 ۳) 6 ۴) $6x$

* ۲۴۳ ـ مشتق مرتبه 97 تابع $y = Sinx + Cosx$ کدام است؟

۱) $y^{(97)} = (Sinx + Cosx)^{97}$ ۲) $y^{(97)} = Sinx - Cosx$

۳) $y^{(97)} = -(Sinx - Cosx)$ ۴) براحتی قابل تعیین نمی‌باشد.

۲۴۴ ـ فرض می‌کنیم تابع $f: R \to R$ روی R مشتق پذیر از مرتبهٔ دوم باشد و $\forall x \in R$ و $h(x) = f(1 - 4x^2)$ و $f'(1) = 1$ مقدار $h''(0)$ کدامست؟

۱) -16 ۲) -8 ۳) 8 ۴) 16

۲۴۵ ـ در تابع $y = \frac{x}{x^2 - 5x + 4}$ حاصلضرب عرضهای Max و Min برابر است با:

۱) 9 ۲) -9 ۳) $\frac{1}{9}$ ۴) $-\frac{1}{9}$

۲۴۶ ـ مشتق تابع $f(Cos^2x)$ برابر است با:

۱) $f'(Cos^2x)$ ۲) $f'(Sin^2x)$

۳) $-Sin2x\, f'(Cos^2x)$ ۴) هیچکدام

* ۲۴۷ ـ مشتق تابع $y = Sin^3x + Cos2x + 4\,Sinx$ نسبت به Sinx کدام است؟

۱) $3Sin^2x - 4Sinx + 4$ ۲) $3Sin^2x\,Cosx + 4$

۳) $3Sin^2x - 2Sin2x + 4$ ۴) هیچکدام

* ۲۴۸ ـ اگر $f(x) = \begin{cases} x^2 \,Sin\frac{1}{x} & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$ در اینصورت $f'(0)$ برابر است با:

۱) -1 ۲) 1 ۳) 0 ۴) مشتق ندارد.

۲۴۹ ـ در تابع $y = \sqrt[3]{(x - 2)(x^2 + mx - 2)}$ به ازاءِ چه مقدار m نقطه

بازگشت وجود دارد؟

۱) $m = -1$ ۲) $m = 2$ ۳) $m = -2$ ۴) $m = 1$

۲۵۰ـ مقدار ماکزیمم تابع $y = Sin^2x + Sinx$ برابر است با:

۱) $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ ۲) 3 ۳) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ۴) 2

۲۵۱ـ اگر $y = Arc\ Sin\ (Cosx)$ باشد وقتی $0 < x < \pi$ ، y' کدام است؟

۱) -1 ۲) $+1$ ۳) 0 ۴) $Sinx$

*** ۲۵۲ـ** مشتق تابع $y = \sqrt[3]{x^2 + \sqrt[3]{x^2 + \sqrt[3]{x^2 + ...}}}$ کدام است؟

۱) $y' = \frac{2x}{3y - 1}$ ۲) $y' = \frac{2x}{3y - 1}$

۳) $y' = \frac{-2x}{3y^2 - 1}$ ۴) $y' = \frac{2x}{3y^2 - 1}$

۲۵۳ـ مشتق $y = Sin(x^0)$ برابر است با: (x^0 کمان برحسب درجه است)

۱) $y' = Cosx^0$ ۲) $y' = \frac{\pi}{180} Cos\ (x^0)$

۳) $y' = 0$ ۴) هیچکدام

۲۵۴ـ تابع $f(x) = \sqrt{x^3 + 4x + 3}$ در نقطه $x_0 = 1$

۱) مشتق پذیر است. ۲) فقط مشتق راست دارد.

۳) فقط مشتق چپ دارد. ۴) نه مشتق راست دارد نه مشتق چپ.

*** ۲۵۵ـ** تابع $f(x) = \sqrt{1 - \sqrt{1 - x^2}}$ در نقطه $x = 0$

۱) مشتق پذیر است. ۲) نه مشتق راست دارد نه مشتق چپ.

۳) مشتق راست داردولی‌مشتق چپ ندارد. ۴) مشتق راست وچپ‌دارد ولی‌مشتق ندارد.

*** ۲۵۶ـ** توابع $y = \frac{x^2 + x - 1}{x - 1}$ ، $h = \frac{x^2 + 2x - 2}{x - 1}$

۱) دارای مشتق‌های مساویند. ۲) هر دو پیوسته‌اند.

۳) نقطه عطف مشترک دارند. ۴) رابطه $h' = 2y'$ بین آنها برقراراست.

۲۵۷ـ هرگاه دو نقطه (x_m , y_m) و (x_M, y_M) بترتیب نقاط می‌نیمم و ماکزیمم تابع $y = \frac{2x^2 + 1}{x^2 - x + 1}$ باشند در اینصورت $y_m \cdot y_M$ برابر است با:

۱) $\frac{2}{3}$ ۲) $\frac{4}{3}$ ۳) $\frac{1}{2}$ ۴) $\frac{8}{3}$

* **۲۵۸ـ** هرگاه مقدار ماکزیمم یا مینیمم تابع $y = \frac{x^2 + mx + 1}{(x + 1)^2}$ برابر صفر باشد طول نقطه ماکزیمم یا مینیمم برابر است با:

۱) 1 ۲) $-m$ ۳) $\frac{1}{2}$ ۴) $-\frac{m}{2}$

۲۵۹ـ شیب خط مماس بر منحنی نمایش تابع با ضابطه $y = tg2x$ در نقطه ای به طول صفر برابر است با:

۱) $tg2$ ۲) $Arctg2$

۳) 2 ۴) $Cotg\ (Arc\ tg2)$

۲۶۰ـ منحنی نمایش تابع با ضابطه $f(x) = \sqrt{(3x - 1)^2}$

۱) یک ماکزیمم دارد. ۲) یک ماکزیمم و یک مینیمم دارد.

۳) یک مینیمم دارد. ۴) ماکزیمم و مینیمم ندارد.

۲۶۱ـ منحنی نمایش تابع با ضابطه $y = x^4 - 3x^2 + 3$ محور xها را:

۱) در دو نقطه قطع می‌کند. ۲) قطع نمی‌کند.

۳) در چهار نقطه قطع می‌کند. ۴) مماس است.

* **۲۶۲ـ** اگر مشتق دوتابع f و g روی $D_f \cap D_g$ برابرباشدآنگاه‌روی $D_f \cap D_g$

داریم:

۱) $f(x) = g(x)$ ۲) $f(x) \cdot g(x) = 1$

۳) $f(x) + g(x) = K$ ۴) $f(x) - g(x) = K$

۲۶۳ ـ در تابع $y = x^3 - 3x^2 + m$ اگر عرض نقطه عطف 5 باشد، m کدام است؟

۱) $m = 5$ ۲) $m = 6$ ۳) $m = 7$ ۴) $m = 8$

۲۶۴ ـ اگر $f(x) = Sin^2x$ و آنگاه $f'(\sqrt{x})$ برابر است با:

۱) $Sin\ 2\sqrt{x}$ ۲) $Cosx$

۳) $\frac{Sin\ (-2\sqrt{x})}{2\sqrt{x}}$ ۴) $\frac{Sin2\sqrt{x}}{2\sqrt{x}}$

* ۲۶۵ ـ اگر $f(x) = \sqrt{\frac{1 - Cosx}{1 + Cosx}}$ باشد $f'(x)$ برابر است با:

۱) $\pm \frac{1}{2}(1 + tg^2 \frac{x}{2})$ ۲) $tg \frac{x}{2}$

۳) $1 + tg^2 \frac{x}{2}$ ۴) $\pm 2 (1 + tg^2 \frac{x}{2})$

۲۶۶ ـ مشتق تابع $f(Sin^2 2x)$ کدام است؟

۱) $f'(Sin^2 2x)$ ۲) $2f'(Sin^2 2x)$

۳) $2Sin4xf'(Sin^2 2x)$ ۴) هیچکدام

* ۲۶۷ ـ اگر تابع f در نقطه a مشتق پذیر باشد حاصل $\lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(a + \Delta x) - f(a - \Delta x)}{2\Delta x}$ کدام است؟

۱) $f'(a)$ ۲) $-f'(a)$ ۳) $2f'(a)$ ۴) 0

۲۶۸ ـ تابع $y = x - 2Sinx$ در کدام فاصله همواره نزولی است.

۱) $]\frac{2}{3}, \pi[$ ۲) $]\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{2}[$

۳) $]\frac{\pi}{2}, \frac{2\pi}{3}[$ ۴) $]0, \frac{\pi}{6}[$

* **۲۶۹ـ** مقدارمشتق $\text{Cos}^{xy^2} + y\,\text{Sin}x = 2$ در نقطه $(1, -\frac{\pi}{2})$ کدام است؟

۱) $\frac{1}{1-\pi}$ ۲) $\frac{1}{1+\pi}$ ۳) $1+\pi$ ۴) $1-\pi$

۲۷۰ـ مشتق تابع $y = x\,|3x|$ برابر است با:

۱) $|3x|$ ۲) $2\,|3x|$

۳) $|9x|$ ۴) $\pm\sqrt{9x^2}$

* **۲۷۱ـ** به ازای چه مقدار a منحنی نمایش تابع $y = \frac{ax+1}{x-1}$ محور oy را با زاویه 45° قطع می‌کند؟

۱) 2 ۲) -2 ۳) 1 ۴) -1

۲۷۲ـ منحنی $y = x + \sqrt{x}$ در مبداء مختصات بر کدام یک از خط های زیر مماس است؟

۱) محور x ها ۲) محور y ها ۳) خط $y = x$ ۴) خط $y = 2x$

* **۲۷۳ـ** ضریب زاویه خط مماس بر منحنی مکان هندسی $M(1 - 3\,\text{Cos}\alpha\,,\ 3\text{Sin}\alpha + 1)$ در نقطه $A(x, y)$ برابر است با:

۱) $\text{tg}\alpha$ ۲) $\text{Cotg}\alpha$ ۳) $-\text{tg}\alpha$ ۴) $-\text{Cotg}\alpha$

۲۷۴ـ در تابع $f(x) = x - \text{Sin}x$ کدام مطلب همواره صحیح است؟

۱) تابع همواره صعودی است.
۲) تابع گاهی صعودی و گاهی نزولی است.
۳) تابع همواره نزولی است.
۴) در مبدا مشتق ندارد.

۲۷۵ـ منحنی $y = 1 - 2\sin x$ محور x ها را تحت چه زاویه ای قطع می کند.

۱) $\frac{2\pi}{3}$ ۲) $\frac{3\pi}{4}$ ۳) $\frac{5\pi}{8}$ ۴) $\frac{5\pi}{6}$

* **۲۷۶ـ** اگر دو تابع y و z بصورت $y = (\sqrt{9x^2 + 1} + 3x)^{14}$ و $z = (\sqrt{9x^2 + 1} - 3x)^{14}$ باشد آنگاه داریم:

۱) $y' = z'$ ۲) $y'.z + z'.y = 1$

۳) $y'.z + z'.y = 0$ ۴) $y'.z - z'.y = 0$

۲۷۷ـ اگر f تابعی صعودی باشد در اینصورت f^{-1} تابعی است

۱) همیشه مثبت ۲) صعودی ۳) نزولی ۴) نامعلوم

۲۷۸ـ اگر رابطه بین x و y بصورت $\sqrt[5]{x} + \sqrt[5]{y} = 16$ باشد y'_x کدام است؟

۱) $\frac{1/5\sqrt[5]{x^4}}{\sqrt{y^4}}$ ۲) $-\sqrt[5]{(\frac{x}{y})^4}$

۳) $\sqrt[5]{(\frac{y}{x})^4}$ ۴) هیچکدام

* **۲۷۹ـ** اگر $y = f(x) = \sqrt[4]{\frac{1}{x} + \sqrt[4]{\frac{1}{x} + \sqrt[4]{\frac{1}{x} + \dots}}}$ باشد y'_x برابر است با:

۱) $\frac{1}{x^2(4y^3 - 1)}$ ۲) $\frac{1}{y^4}$

۳) $\frac{x^2}{4y^3 - 1}$ ۴) $-\frac{1}{x^2(4y^3 - 1)}$

۲۸۰ـ اگر $f(a) = 0$ و $f'(a) = 0$ و $f''(a) < 0$ نقطه a روی منحنی تابع با ضابطه $y = f(x)$ چه نوع نقطه ای است؟

۱) می نیمم روی محور xها ۲) می نیمم روی محور yها

۳) ماکزیمم روی محور xها ۴) ماکزیمم روی محور yها

* ۲۸۱ ـ اگر فرض کنیم $h(x) = f(g(x))$ و $g(x) = \sqrt{1 - x^2}$ و می دانیم f در نقطه $x = 1$ مشتق پذیر است، در اینصورت $h'(0)$ برابر است با:

۱) -2 ۲) 1 ۳) صفر ۴) وجود ندارد.

۲۸۲ ـ هرگاه f ، g دو تابع مشتق پذیر بوده و $f(a) = 0$ و $g(a) = 0$ در اینصورت $(fg)'(a)$ برابر است با:

۱) $2a$ ۲) صفر

۳) $f'(a) + g'(a)$ ۴) $f'(a) \cdot g'(a)$

۲۸۳ ـ تابع حقیقی به معادله $f(x) = \big|\,|x| - 2\,\big|$ در چند نقطه مشتق پذیر نیست؟

۱) یک ۲) دو ۳) سه ۴) صفر

۲۸۴ ـ اگر مقدار مینیمم تابع به معادله $y = \dfrac{x^2 + mx + 16}{(x + 1)^2}$ صفر باشد، طول آن کدام است؟

۱) صفر ۲) ± 4 ۳) $\pm \dfrac{1}{4}$ ۴) ± 8

۲۸۵ ـ هرگاه $x = 1$ طول نقطهٔ بازگشت منحنی $y = \sqrt[3]{(x^2 - 2ax + a^2)x}$ باشد a کدام است؟

۱) $a = 0$ ۲) $a = -1$ ۳) $a = 1$ ۴) $a = 2$

۲۸۶ ـ کدامیک از گزاره های زیر درستند؟

۱) مشتقات دو تابع معکوس عکس یکدیگرند.

۲) برای تساوی دو تابع باید دامنه های آنها مساوی باشند.

۳) اکسترمم تابع نقطه ایست که در آن مشتق تابع تعریف شده باشد و تغییر علامت دهد.

۴) نقطهٔ عطف تابع نقطه ایست که در آن تابع معین باشد و مشتق دوم تغییر علامت بدهد.

۲۸۷ ـ هرگاه مشتق تابع $f(x)$ برابر $\frac{1}{x}$ باشد در اینصورت مشتق تابع $f(x^2)$ کدامست؟

۱) $\frac{1}{x^2}$ ۲) $\frac{2}{x^2}$ ۳) $\frac{2}{x}$ ۴) $\frac{1}{x}$

* ۲۸۸ ـ در رابطهٔ $x^2 + y^2 = xy$ مشتق y نسبت به x برابراست با:

۱) $\frac{x - 2y}{2x - y}$ ۲) $\frac{2x - y}{-2y}$ ۳) $-\frac{2x - y}{2y - x}$ ۴) هیچکدام

۲۸۹ ـ اگر تابع f درمجموعه‌اعدادحقیقی

$$f(x) = \begin{cases} (x - 1)^4 & x \geq 1 \\ 4 & x < 1 \end{cases}$$

تعریف شده باشد، این تابع در نقطه $x = 1$:

۱) نه مشتق راست دارد و نه مشتق چپ. ۲) مشتق چپ دارد ولی مشتق راست ندارد.

۳) مشتق راست دارد ولی مشتق چپ ندارد. ۴) هم مشتق راست دارد و هم مشتق چپ

۲۹۰ ـ تابع $f(x) = \sqrt{x^2 - x^4}$ در $x = 0$ چه وضعی دارد؟

۱) مینیمم دارد. ۲) ماکزیمم دارد. ۳) مشتق پذیر است. ۴) نقطه عطف دارد.

۲۹۱ ـ تابع $f(x) = \begin{cases} ax^2 + b & x > 2 \\ 2x + 1 & x \leq 2 \end{cases}$ در نقطه $x = 2$

مشتق پذیر است a و b کدامند؟

۱) $b = 2, a = \frac{1}{2}$ ۲) $b = 3 , a = 2$

۳) $b = 3 , a = \frac{1}{2}$ ۴) $b = \frac{1}{3} , a = 2$

* ۲۹۲ ـ زاویه حاده‌بین‌منحنی های $y = Sinx$ و $y = x + Sinx$ در نقطه تلاقی:

۱) از $\frac{\pi}{4}$ بزرگتر است.
۲) برابر $\frac{\pi}{4}$ است.
۳) از $\frac{\pi}{6}$ کوچکتر است.
۴) برابر $\frac{\pi}{6}$ است.

۲۹۳ـ در تابع $y = \sqrt{x^2 (x - 1)}$ عدد $x = 0$ طول نقطه:

۱) مینیمم است. ۲) عطف است. ۳) بازگشت است. ۴) هیچکدام

۲۹۴ـ برای نقطه عطف شرط $y'' = 0$ چگونه شرطی است؟

۱) لازم است ولی کافی نیست.
۲) لازم نیست ولی کافی است.
۳) لازم و کافی است.
۴) نه لازم و نه کافی است.

۲۹۵ـ در تابع $y = \sqrt{x - 1}$ عدد $x = 1$ طول نقطه:

۱) مینیمم است. ۲) Max است. ۳) عطف است. ۴) بازگشت است.

* **۲۹۶ـ** رابطهٔ $x^5 + y^4 + x^2y = 1$، مقدار x را بطور ضمنی برحسب y بیان می‌کند $x'(0)$ کدامست (کنکور ۶۶).

۱) -5 ۲) $-\frac{1}{5}$ ۳) $\frac{1}{5}$ ۴) 5

۲۹۷ـ هرگاه $x = \text{Sin}^2 t$ و $y = \text{Cos}^2 t$ باشد y' کدامست؟

۱) صفر ۲) 1 ۳) -1 ۴) $-\text{Sin}t$

۲۹۸ـ تابع $y = \sqrt{x^3 - 3x^2}$ در کدامیک از فواصل زیر معکوس پذیر است؟

۱) $]-\infty , +\infty[$
۲) $]0 , +\infty[$
۳) $]2 , +\infty[$
۴) $[0 , +\infty[$

۲۹۹ـ در تابع $y = x + \text{Cos}x$ نقطه ای بطول $\frac{\pi}{2}$ چه نقطه ایست.

۱) ماکزیمم ۲) مینیمم ۳) عطف ۴) عادی

۳۰۰ـ مشتق تابع $f(x) = 1 + \frac{x}{|x|}$ در $x = 1$ کدامست؟

۱) 1 ۲) 0 ۳) 2 ۴) هیچکدام

۳۰۱ـ هرگاه تابع $y = x^3 - (m + 2)x^2 + 3x$ همواره صعودی باشد در اینصورت حدود m برابر است با:

۱) $0 < m < 3$ ۲) $-2 < m < 3$

۳) $-5 \leq m \leq 1$ ۴) $-2 \leq m \leq 3$

۳۰۲ـ کوچکترین مقدار جبری تابع $y = x^3 - 3x - 1$ در فاصله $[-1 , 0]$ برابر است با:

۱) 3 ۲) -1 ۳) 1 ۴) -3

۳۰۳ـ در تابع $y = (x^2 - 1)^2 . (x + 1)x$ نقطه ای به طول $x = 1$

۱) نقطه مینیمم است. ۲) نقطه عطف است.

۳) نقطه ماکزیمم است. ۴) نقطه **meplat** است.

* **۳۰۴ـ** مقدار k چند باشد تا تابع $f(x) = \sqrt{\frac{(x + 1)(x^2 + kx)}{x^2 + 1}}$ دارای نقطه بازگشت باشد.

۱) $k = 2, 0$ ۲) $k = 0 , 1$

۳) $k = 1 , 2$ ۴) هیچکدام

۳۰۵ـ مقدار n چند باشد تا $f(x) = \frac{(x - n)^5}{\sqrt{x^2 + x + 1}}$ در مبداء دارای نقطه عطف باشد.

۱) n باید فرد باشد. ۲) n زوج باشد.

۳) $n = 0$ ۴) هیچکدام

* **۳۰۶ـ** اگر U و V تابعهائی از x و U' و V' مشتق آنهاباشداز $\frac{U}{V} + \frac{U'}{V'} = 0$

نتیجه می شود:

۱) $\frac{U}{V}$ ثابت است.
۲) $U.V$ ثابت است.
۳) $U + V$ ثابت است.
۴) U برابر صفر است.

۳۰۷ـ مشتق تابع $y = f(x^2)$ نسبت به x کدام است؟

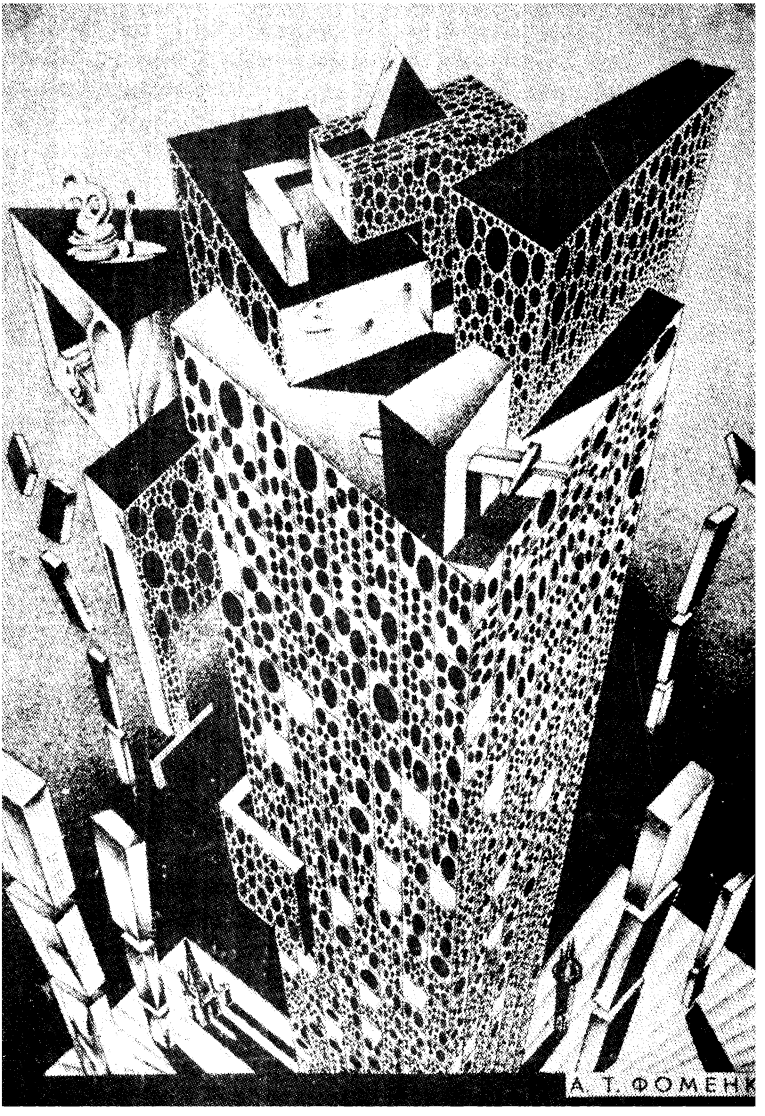
۱) $f'(x^2)$
۲) $2xf(x^2)$
۳) $f'(2x)$
۴) $2x\, f'(x^2)$

* **۳۰۸ـ** مشتق تابع $y = x^4 + x^3$ نسبت به x^3 کدام است؟

۱) $\frac{4}{3}x + 1$
۲) $4x^3 + 4x^2$
۳) $x + 1$
۴) $4x + 1$

۳۰۹ـ اگر مشتق تابع $f(x)$ نسبت به x برابر $\frac{1}{x}$ باشد مشتق $f(3x)$ نسبت به x برابر است با:

۱) $\frac{1}{x}$
۲) $\frac{3}{x}$
۳) $\frac{1}{3x}$
۴) $\frac{3}{x^2}$


А. Т. ФОМЕНК

فصل چهارم: ۵۵ تست از مجانبها

۳۱۰ـ منحنی $y = \frac{x^3 - 1}{x + 1}$ چه مجانب هائی دارد؟

۱) یک قائم و یک مایل
۲) یک قائم و یک منحنی مجانب
۳) یک قائم و یک افقی
۴) مجانب ندارد.

۳۱۱ـ تابع $y = \frac{\sqrt{2} - x}{\sqrt{x - 2}}$ دارای چند خط مجانب می باشد

۱) یک ۲) دو ۳) سه ۴) هیچ

۳۱۲ـ مجانب موازی محور xها در منحنی نمایش تابع $f(x) = xSin\frac{1}{x^2 + 2}$ کدامست؟ (کنکور)

۱) $y = -\frac{1}{2}$ ۲) $y = 0$ ۳) $y = \frac{1}{2}$ ۴) $y = 1$

* ۳۱۳ـ مجانب منحنی نمایش تابع $f(x) = (x^2 + 1)\ tg\frac{1}{x^2 + 2}$ وقتیکه $x \to +\infty$ کدامست؟ (کنکور)

۱) $y = 0$ ۲) $y = \frac{1}{2}$ ۳) $y = 1$ ۴) $y = 2$

* ۳۱۴ـ کدامیک از خطوط زیر مجانب منحنی به معادلهٔ $y^3 = x^2 + x^3$ می باشد.

۱) $y = x$ ۲) $y = x - 1$

۳) $y = x + \frac{1}{3}$ ۴) $y = x - \frac{1}{3}$

۳۱۵ـ محور x ها خط مجانب کدامیک از منحنیهای زیر است؟

۱) $y = x + \sqrt{x - 1}$ ۲) $y = 2x - \sqrt{x^2 + 4}$

۳) $y = \frac{1}{1 + \sqrt{x - 1}}$ ۴) $y = \frac{x - 1}{x + 1}$

* **۳۱۶ـ نمودار تابع** $y = \frac{(x^2 + x)(x - 2)\sqrt{x - 1} + x}{x(x - 2)\sqrt{x - 1}}$ **چند خط مجانب دارد؟**

۱) یک افقی و سه قائم ۲) یک مایل و سه قائم

۳) یک قائم و یک مایل ۴) یک مایل و دو قائم

۳۱۷ـ به ازای چه مقدار از a ضریب زاویه مجانب مایل منحنی $y = ax + \sqrt{x^2 + 1}$ **برابر عدد ۳ می شود.**

۱) 2 ۲) 4 ۳) 2 یا 4 ۴) هیچکدام

۳۱۸ـ هرگاه داشته باشیم $x = t - \frac{1}{t}$ **و** $y = t + \frac{1}{t}$ **در منحنی** $y = f(x)$ **معادلهٔ یک مجانب کدامست؟**

۱) $y = x$ ۲) $y = 2x$ ۳) $y = x - 1$ ۴) هیچکدام

* **۳۱۹ـ کدامیک از منحنی های زیر، مجانب منحنی** $y = \frac{3x^3 + x}{x - 2}$ **می باشد؟**

۱) $y = 3x^2 + 5x + 4$ ۲) $y = 3x^2 + 6x + 3$

۳) $y = 3x^2 + 6x - 12$ ۴) $y = 3x^2 + 6x + 13$

۳۲۰ـ تابع $f(x) = |x - 1| + \frac{1}{x}$ **چند مجانب دارد؟**

۱) 3 ۲) 1 ۳) 2 ۴) هیچکدام

۳۲۱ـ ضریب زاویه یکی از مجانبهای مایل منحنی $y = x\sqrt{\frac{2x+1}{x-1}}$ برابر است با:

۱) 2 ۲) 1 ۳) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ۴) $\sqrt{2}$

۳۲۲ـ در بارهٔ منحنی $y = 5x + \sqrt{x-2}$ کدام گزینه درست است؟

۱) منحنی مجانب مایل ندارد.

۲) منحنی مجانب مایل به معادله $y = 5x$ دارد.

۳) منحنی مجانب مایل به معادله $y = 6x$ دارد.

۴) منحنی مجانب مایل به معادله $y = 5x + \frac{1}{2}$ دارد.

* ۳۲۳ـ منحنی تابع پارامتری $y = \frac{2t - \sqrt{1+t^2}}{2t + \sqrt{1+t^2}}$ و $x = \frac{t^3}{t^2-1}$ چند مجانب افقی دارد؟

۱) 4 ۲) 3 ۳) 2 ۴) 1

* ۳۲۴ـ نمودار تابع $f(x) = \frac{x\sqrt{x}}{x^2-1}$ چند خط مجانب دارد؟

۱) دو قائم و یک مایل ۲) دو قائم و یک افقی

۳) یک قائم و یک افقی ۴) فقط دو قائم

۳۲۵ـ تابع $y = x + \frac{\sin x}{x}$ چند خط مجانب دارد؟

۱) دو ۲) یک ۳) سه ۴) هیچ

۳۲۶ـ تابع $y = \frac{\sqrt{x^2-2}}{x-1}$ دارای چند خط مجانب می باشد؟

۱) یک ۲) دو ۳) سه ۴) هیچ

* ۳۲۷ـ منحنی به معادلهٔ $y^2 = \frac{x^3}{a-x}$ چند مجانب دارد؟ $(a \neq 0)$

۱) یک ۲) دو ۳) سه ۴) هیچ

۳۲۸ـ منحنی به معادلهٔ $y = x\sqrt{\frac{x}{1-x}}$ دارای چند خط مجانب است؟

۱) فقط یک مجانب مایل
۲) یک مجانب مایل و یک قائم
۳) فقط یک مجانب قائم
۴) مجانب ندارد.

۳۲۹ـ تابع $y = \frac{tgx}{2Sinx - 1}$ در فاصله $]0 , 2\pi[$ چند مجانب دارد؟

۱) یک ۲) دو ۳) سه ۴) چهار

۳۳۰ـ تابع $y = x + \sqrt{x^2 + 2x}$ دارای....

۱) دو مجانب مایل است.
۲) یک مجانب مایل‌ویک‌مجانب‌افقی است.
۳) فقط مجانب افقی است.
۴) مجانب نیست.

۳۳۱ـ کدام خط زیر، مجانب منحنی $y = (x^2+1)^2 \, tg^2 \frac{1}{x^2+2}$ می باشد؟

۱) $y = 0$ ۲) $y = \frac{1}{2}$ ۳) $y = 1$ ۴) $y = 2$

* ۳۳۲ـ وقتی $x \to +\infty$ برای آنکه منحنی به معادلهٔ $y = \frac{2x^3 + x^2 + (m+1)x + 1}{x^2 + 1}$ بالای مجانب قرار گیرد باید:

۱) $m = 1$ ۲) $m = 2$ ۳) $m < 1$ ۴) $m > 1$

۳۳۳ـ تابع $y = (\sqrt{3} - 1)x + \sqrt{x^2 - 2}$ دارای مجانبی است، این مجانب با محور x ها چه زاویه ای می سازد؟

۱) $\frac{\pi}{6}$ ۲) $\frac{\pi}{3}$ ۳) $\frac{\pi}{4}$ ۴) $\frac{3\pi}{8}$

* ۳۳۴ـ نمودار تابع $xy(y - x) = 5$ چه مجانبهایی دارد؟

۱) دو افقی و یک قائم
۲) یک قائم و یک افقی و یک مایل
۳) یک قائم و یک مایل
۴) یک افقی و یک مایل

* ۳۳۵ـ به ازاء چه مقدار m تابع $\frac{x^4 + mx^2 + x + m + 2}{x^2}$ = y مجانبی بصورت $y = x^2 + 1$ خواهد داشت؟

۱) 1 ۲) 2 ۳) -1 ۴) -2

* ۳۳۶ـ کدام یک از گزاره های زیر در مورد منحنی $x^2 + y^2 - xy - 1 = 0$ صحیح است؟

۱) حداقل یک مجانب مایل دارد. ۲) حداقل یک مجانب افقی دارد.

۳) حداقل یک مجانب قائم دارد. ۴) مجانب ندارد.

۳۳۷ـ به ازاء چه مقدار a مجانب افقی منحنی $y = x - \sqrt{x^2 - ax}$ خط $y = 1$ می باشد؟

۱) -1 ۲) صفر ۳) 1 ۴) 2

۳۳۸ـ به فرض اینکه t از $-\infty$ تا $+\infty$ تغییر کند، $y = \frac{t}{1+t}$ و $x = \frac{t+2}{t^3 - t}$ باشد، $y = f(x)$ چند خط مجانب افقی دارد؟

۱) 3 ۲) 2 ۳) 1 ۴) هیچکدام

۳۳۹ـ اگر مجانب نمودار تابع $y = 2x + \sqrt{x^2 - 2ax}$ وقتی که $x \to +\infty$ به صورت $y = 3x - 5$ باشد در این صورت مقدار a برابر است با:

۱) $-\frac{5}{2}$ ۲) -5 ۳) $\frac{5}{2}$ ۴) 5

۳۴۰ـ منحنی نمایش $y = \frac{x^3 + 2x^2 - 9x - 18}{3 - x}$

۱) فقط مجانب قائم دارد. ۲) فقط مجانب افقی دارد.

۳) مجانبهائی موازی هردو محور دارد. ۴) مجانب ندارد.

۳۴۱ـ معادلهٔ یکی از مجانب های منحنی به معادلهٔ $y = \sqrt{x^2 + 3x + 1} - \sqrt{x^2 - 5x}$ عبارتست از:

۱) $y = 2x + 1$ ۲) $y = x - \frac{1}{2}$

۳) $y = 1$ ۴) $x = 1$

۳۴۲ـ منحنی تابع $y = \frac{\sqrt{x^2 - 4}}{x - 1}$ دارای .... است؟

۱) دو مجانب افقی ۲) دو مجانب افقی و یک مجانب قائم

۳) یک مجانب قائم و یک مجانب افقی ۴) یک مجانب مایل و یک مجانب قائم

۳۴۳ـ مجانب مایل منحنی نمایش تابع $y = \frac{x^2 - 2x}{2x + 1}$ عبارتست از:

۱) $y = \frac{1}{2}x - \frac{5}{4}$ ۲) $y = \frac{1}{2}x + \frac{5}{4}$

۳) $y = -\frac{1}{2}x + \frac{5}{4}$ ۴) $y = -\frac{1}{2}x - \frac{5}{4}$

۳۴۴ـ کدام دو خط زیر مجانب منحنی $y = \sqrt{x^2 - 4x + 1}$ است؟

۱) $y = -x - 2 , y = -x$ ۲) $y = x , y = x - 2$

۳) $y = x - 2 , y = -x + 2$ ۴) $y = x + 2 , y = -x$

۳۴۵ـ تابع $y = \frac{|x| + 1}{x}$ دارای کدامیک از خواص زیر است؟

۱) یک مجانب دارد. ۲) دو مجانب دارد.

۳) سه مجانب دارد. ۴) مجانب ندارد.

* **۳۴۶ـ** اگر چند جمله ای های $f(x)$ و $g(x)$ ریشه مشترک نداشته باشند، برای آنکه $y = \frac{f(x)}{g(x)}$ محصور بین خطوط $y = 0$ و $y = 1$ باشد لازم است که:

۱) درجه $f(x)$ بیش از درجه $g(x)$ باشد.

۲) اعداد صفر و یک ریشه های $f(x)$ باشد.

۳) $f(x)$ ریشه نداشته باشد.

۴) $g(x)$ ریشه نداشته باشد.

۳۴۷ـ مجانب قائم تابع $y = 2tg^2 \frac{2}{3}x - 1$ در فاصله $]0 , \pi[$ کدامیک از

خطوط زیر است؟

۱) $x = \frac{\pi}{3}$ ۲) $x = \frac{\pi}{2}$ ۳) $x = \frac{2\pi}{3}$ ۴) $x = \frac{3\pi}{4}$

۳۴۸ـ کدامیک از تابع های زیر مجانب افقی دارند؟

۱) $y = \frac{\sqrt{1 - x^2}}{x - 2}$ ۲) $y = x + \frac{x}{x - 1}$

۳) $y = x + \sqrt{x}$ ۴) $y = 2x + \sqrt{4x^2 - 1}$

۳۴۹ـ منحنی نمایش تابع $y = \frac{Cosx}{2x + Cosx + 3}$ چند مجانب دارد؟

۱) یک ۲) دو ۳) سه ۴) هیچ

* **۳۵۰ـ** خط $y = x + 1$ مجانب منحنی $y = g(x) + x - 2$ در ناحیه اول می باشد، حدّ $g(x)$ وقتی $x \to +\infty$ برابر کدام است؟

۱) -3 ۲) -1 ۳) 3 ۴) 1

* **۳۵۱ـ** کدامیک از خطوط زیر مجانب های افقی $y = Arc\ Cos \frac{x + \sqrt{x^2 - 2x}}{2x + 1}$ می باشد؟

۱) $y = 0 , y = \frac{\pi}{4}$ ۲) $y = 0 , y = \frac{\pi}{2}$

۳) $y = 0 , y = \pi$ ۴) $y = 0 , y = \frac{\pi}{6}$

۳۵۲ـ به ازاء کدام مقدار a تابع $y = \frac{x - 1}{x^2 + ax - 4}$ فقط یک مجانب قائم دارد؟

۱) ± 4 ۲) ± 2 ۳) 3 ۴) 5

۳۵۳ـ نمودار تابع $y = Arc\ tgx + \frac{\pi x}{2(x - 1)}$ دارای چه مجانب هائی است؟

۱) دو افقی و یک قائم ۲) یک قائم و یک افقی

۳) یک قائم و یک مایل ۴) یک افقی و یک مایل

۳۵۴ـ منحنی به معادلهٔ $y^2 (x - 3) = x^3 - 8$ دارای چند خط مجانب است؟

۱) دو مایل ۲) یک مایل یک افقی و یک قائم

۳) دو مایل و یک قائم ۴) فقط یک قائم

۳۵۵ـ اگر منحنی به معادله $y = \frac{x^2 + mx + n}{x - 2}$ مجانب نداشته باشد داریم ($x \neq 2$)

۱) $2n + m = 4$ ۲) $2m + n = 4$

۳) $2m + n = -4$ ۴) $2n + m = -4$

۳۵۶ـ منحنی به معادله $y = x + \frac{Sinx}{x}$ دارای چه مجانبی است؟

۱) $y = 0$ ۲) $x = 0$ ۳) $y = x$ ۴) مجانب ندارد

۳۵۷ـ مجانب افقی منحنی $y = x \, Arc \, Cotgx$ وقتی $x \to +\infty$ برابر کدام است؟

۱) $y = 1$ ۲) $y = -1$ ۳) $y = \frac{1}{2}$ ۴) $y = -\frac{1}{2}$

۳۵۸ـ کدامیک از منحنی های زیر، مجانب افقی ندارد؟

۱) $y = \frac{x + 1}{x^2 + 1}$ ۲) $y = \frac{x - 1}{x + 1}$

۳) $y = \frac{x^2 + 1}{x + 1}$ ۴) $y = \frac{x^2 + 4}{x^2 + 1}$

۳۵۹ـ منحنی تابع $y = \frac{\sqrt{x^2 - 1}}{2x}$ چه مجانبهایی دارد؟

۱) یک قائم ۲) یک قائم و یک افقی

۳) یک افقی ۴) دو افقی

۳۶۰ـ معادله مجانب مایل منحنی $y = 3x - \frac{Cosx}{x}$ کدام است؟

۱) $y = 3x$ ۲) $y = 3x - 1$

۳) $y = 3x + 1$ ۴) مجانب‌مایل ندارد

۳۶۱ـ مجانب های منحنی $9(x - 1)^2 - 4(y - 2)^2 = 17$ کدام است؟

۱) نقط $3x - 2y = -1$ ۲) $3x + 2y = 7$

۳) $3x \pm 2y = 1$ ۴) $3x + 2y = 7 , 3x - 2y = -1$

۳۶۲ـ یک مجانب نمودار $y^2 - 4x^2 + 16x - 8y - 4 = 0$ کدام است؟

۱) $y = 2x$ ۲) $y = -2x$ ۳) $2y = x$ ۴) $-2y = x$

۳۶۳ـ m و n چقدر باشند تا وقتی $x \to +\infty$ نمودار تابع $y = mx + n + \sqrt{x^2 - 6x}$ دارای مجانب افقی به معادله $y = 3$ باشد؟

۱) $n = 6 , m = 3$ ۲) $m = 3 , n = -6$

۳) $n = 6 , m = -1$ ۴) $n = 6 , m = -3$

۳۶۴ـ معادلات مجانب های $xy - 3x - 2y - 7 = 0$ کدام است؟

۱) $\begin{cases} x = 2 \\ y = 3 \end{cases}$ ۲) $\begin{cases} x = 3 \\ y = 2 \end{cases}$

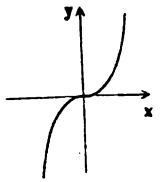
۳) $\begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases}$ ۴) $\begin{cases} x = 2 \\ y = 2 \end{cases}$

فصل پنجم: ۶۶ تست از رسم نمودار توابع

۳۶۵ـ مکان هندسی $M\left(\frac{2t}{1+t^2}, \frac{1-t^2}{1+t^2}\right)$ وقتیکه t تغییر کند:

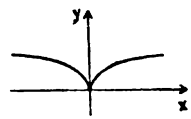
۱) بیضی است ۲) سهمی است ۳) هذلولی است ۴) دایره است

* **۳۶۶ـ** هرگاه تابع f بشکل مقابل باشد

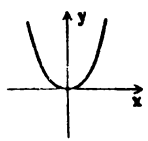


در اینصورت نمودار $|f^{-1}|$ کدام است؟

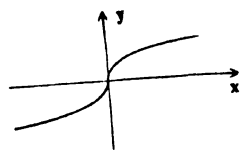
۱)



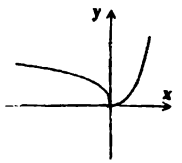
۲)



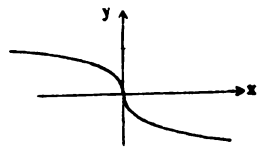
۳)

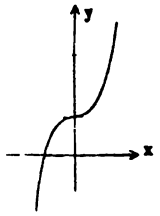


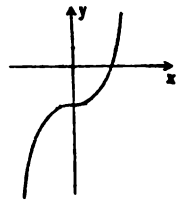
۴)

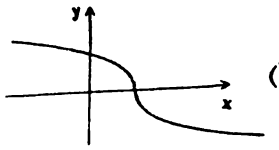


۳۶۷ـ در سوال قبل نمودار $y = f(x) + 2$ کدام است؟

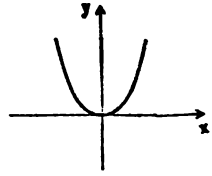
۱) 

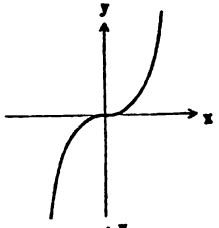
۲) 

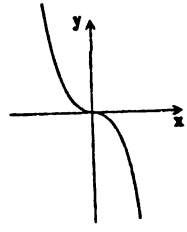
۳) 

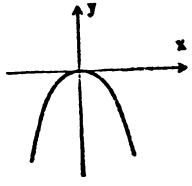
۴) 

۳۶۸ـ نمودار تابع $y = x^2 |x|$ کدام است؟

۱) 

۲) 

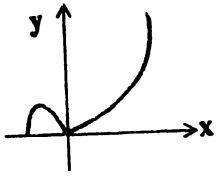
۳) 

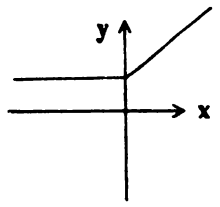
۴) 

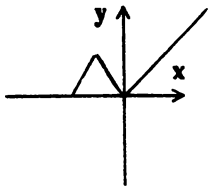
۳۶۹ـ منحنی $y = 2x + 1 \pm \sqrt{x^2 + 1}$ نمودار کدام شکل است؟

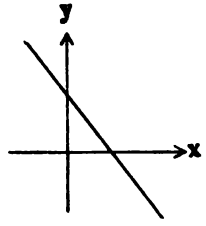
۱) دایره ۲) هذلولی ۳) بیضی ۴) سهمی

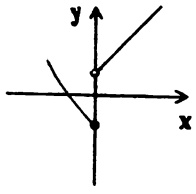
*** ۳۷۰ـ اگر منحنی $y = f(x)$ بشکل مقابل باشد در اینصورت منحنی $y = f'(x)$ تقریباً به کدام شکل شبیه است؟**



۱)


۲)


۳)


۴)


* **۳۷۱ـ** منحنی $y = f(x)$ در سوال قبل دارای کدام معادله است؟

۱) $y = \sqrt{x^3 + x}$ ۲) $y = \sqrt{x^3 - x}$

۳) $y = \sqrt{x^3 + x^2}$ ۴) $y = \sqrt{x^3 - x^2}$

۳۷۲ـ نمایش هندسی $y = x + \sqrt{x^2 - 2x + 1}$ بصورت:

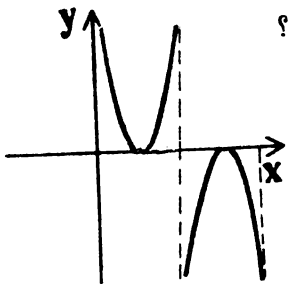
۱) قسمتی از یک هذلولی است. ۲) قسمتی از یک بیضی است.

۳) یک خط شکسته است. ۴) خط مستقیم است.

۳۷۳ـ منحنی $y = x + 1 \pm \sqrt{-x^2 + 2x}$ نمایش دهنده . . . است.

۱) هذلولی ۲) بیضی ۳) دایره ۴) سهمی

۳۷۴ـ ضابطهٔ نمودار روبرو کدام است؟



۱) $y = tgx \quad Cotgx$

۲) $y = tgx - Cotgx$

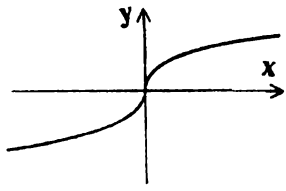
۳) $y = -tgx + Cotgx$

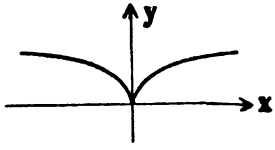
۴) $y = -tgx - Cotgx$

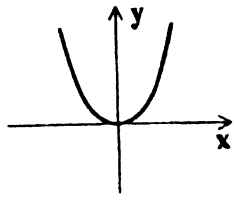
۳۷۵ـ نمودار تابع $y = 3x - \sqrt{x^2 - 18x - 1}$ چه منحنی است؟

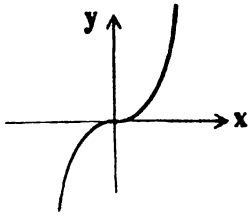
۱) هذلولی ۲) سهمی ۳) بیضی ۴) دایره

* ۳۷۶ـ نمودار تابع $y = x^{2/3}$ شبیه کدامیک از شکلهای زیر است؟

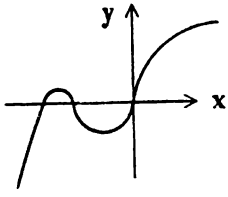
۱)


۲)


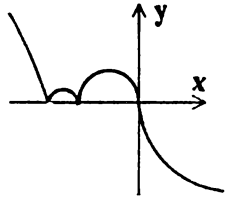
۳)


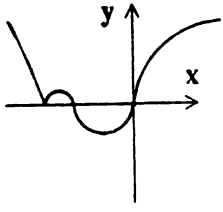
۴)


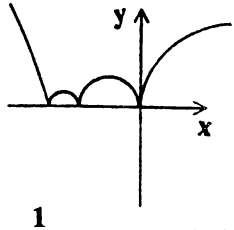
۳۷۷ـ اگر نمودار $y = f(x)$ بصورت مقابل



باشد در اینصورت نمودار تابع $y = |f(x)|$ کدام یک از نمودارهای زیر است؟

۱)


۲)


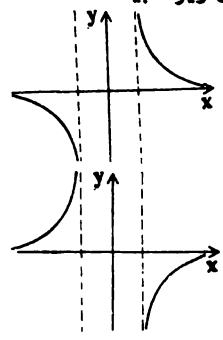
۳)


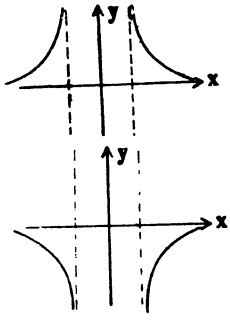
۴) هیچکدام

* ۳۷۸ـ منحنی $y = \frac{1}{3\sin^2 x + 2\sin x - 1}$

۱) همواره بالای محور x هاست.
۲) در دوطرف محور xها است.
۳) بر محور xها مماس است.
۴) پائین محور xها است.

۳۷۹ـ منحنی نمایش تغییرات تابع $y = \frac{1}{\sqrt{x^2 - 1}}$ به کدامیک از منحنی های زیر شبیه است؟

۱) 

۲) 

۳)

۴)

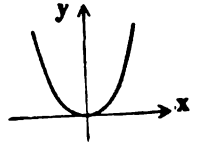
۳۸۰ـ مکان هندسی نقاط که در $M\ (aSint\ ,\ aCost)$ کدام است؟

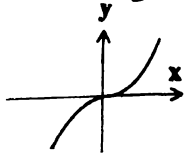
۱) بیضی
۲) دایره
۳) هذلولی
۴) سهمی

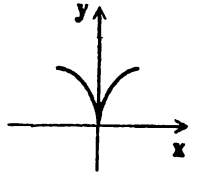
۳۸۱ـ نمودار تابع $y = \sqrt{(x - 1)^2} + \sqrt{(x + 2)^2}$ در فاصله $[-2, 1]$ کدام است؟

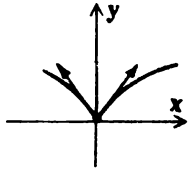
۱) قسمتی از یک سهمی
۲) دو نیم خط
۳) یک پاره خط افقی
۴) یک خط افقی

*** ۳۸۲ـ** کدام نمودار مربوط به تابع $y = \sqrt[3]{|x|}$ می باشد؟

۱) 

۲) 

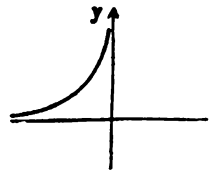
۳) 

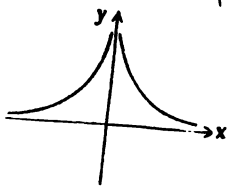
۴) 

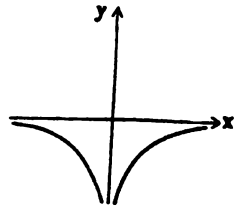
۳۸۳ـ منحنی $y = x + 3 \pm \sqrt{-x^2 + 2x - 1}$ عبارت است از:

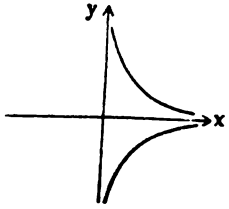
۱) دایره ۲) نقطه ۳) بیضی ۴) دو خط راست

۳۸۴ـ منحنی نمایش تابع $y = \sqrt{\frac{1}{x^2}}$ کدام است؟

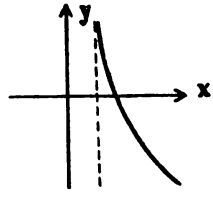
۱)


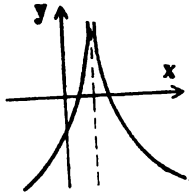
۲)


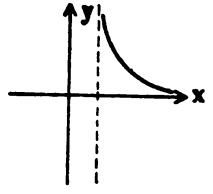
۳)


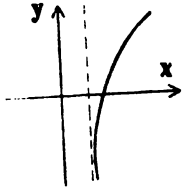
۴)


* ۳۸۵ـ منحنی نمایش تابع $y = \frac{1}{\sqrt{x - 1}}$ شبیه کدامیک از شکلهای زیر است؟

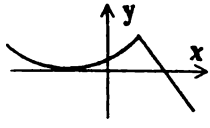
۱)


۲)


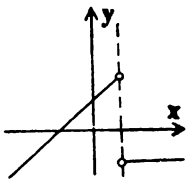
۳)


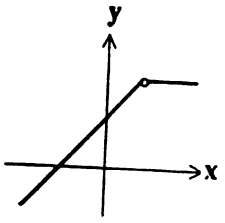
۴)


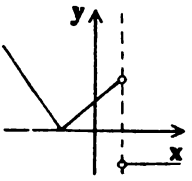
* ۳۸۶ـ اگر نمودار $f(x)$ بصورت مقابل باشد نمودار

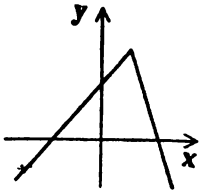


مشتق $f(x)$ کدام است؟

۱) 

۲) 

۳) 

۴) 

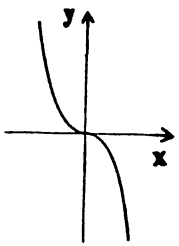
۳۸۷ـ تابع $y = \frac{x}{\sqrt{1 - x^2}}$ دارای:

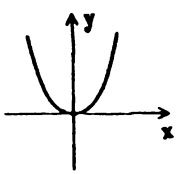
۱) یک مجانب افقی و یک قائم است.
۲) مجانب مایل است.
۳) دو مجانب افقی است.
۴) دو مجانب قائم است.

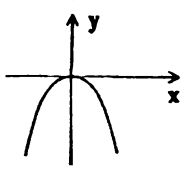
۳۸۸ـ مجانب منحنی تابع $y = x + \frac{Cosx}{x^2}$ کدام است؟

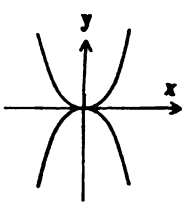
۱) $y = x$
۲) $y = x + 1$
۳) $y = 1, x = 0$
۴) مجانب ندارد.

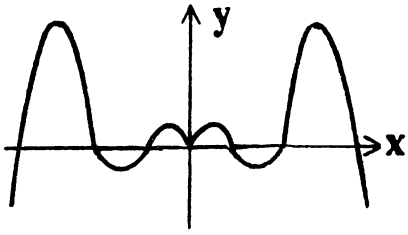
۳۸۹ـ نمایش تغییرات $y = -x\sqrt{x^2}$ شبیه کدام منحنی است؟

۱) 

۲) 

۳) 

۴) 



* **۳۹۰ـ** منحنی کدام یک از تابعهای زیر به شکل داده شده شبیه است؟

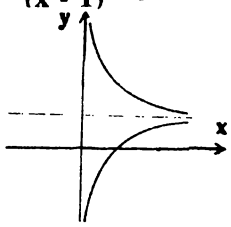
۱) $y = xSinx$

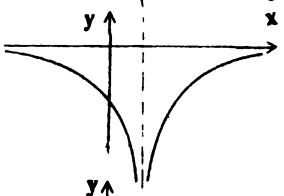
۲) $y = x + Sinx$

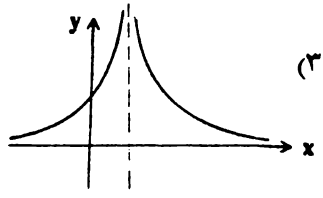
۳) $y = \frac{1}{Sinx}$

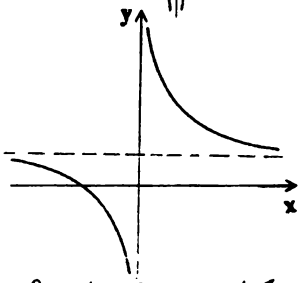
۴) $y = x^4 + x^3 + x^2 + x + 1$

۳۹۱ـ نمودار تابع $g(x) = \frac{-2}{(x-1)^4}$ تقریباً شبیه کدام است؟

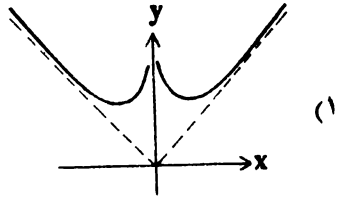
۱)


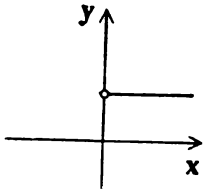
۲)


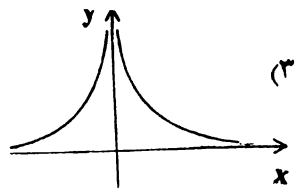
۳)


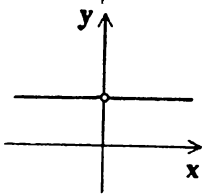
۴)


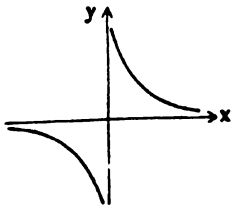
۳۹۲ـ منحنی نمایش تغییرات $y = \frac{\sqrt{x^2}}{|x|}$ به کدام منحنی شبیه است؟

۱)


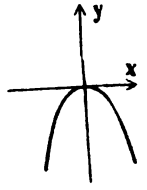
۲)


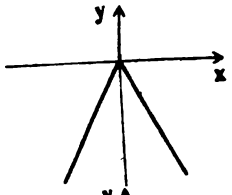
۳)


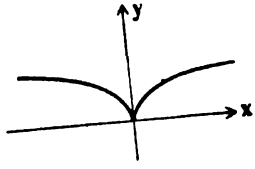
۴)


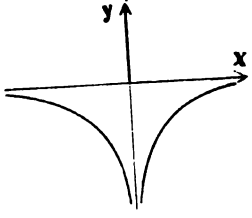


* **۳۹۳ـ** هرگاه منحنی تابع $f(x)$ بصورت مقابل باشد منحنی $f'(x)$ شبیه کدام منحنی خواهد بود؟

۱)


۲)


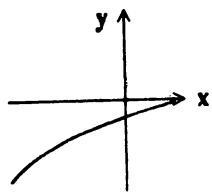
۳)


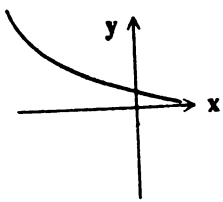
۴)


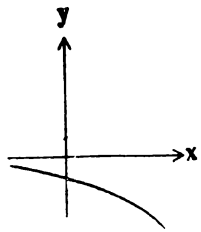
۳۹۴ـ در تابع $y = \frac{x^2 + mx + 15}{x + 1}$ به ازاءِ کدام مقدار m نقطه $A\ |_{0}^{-1}$ مرکز تقارن منحنی است؟

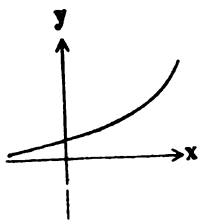
۱) 1 ۲) -1 ۳) 2 ۴) -2

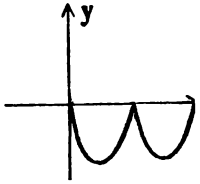
۳۹۵ـ منحنی تابع نمائی با ضابطه $y = (\frac{5}{7})^x$ کدام است؟

۱)


۲)


۳)


۴)




۳۹۶ـ منحنی کدامیک از توابع زیر شکل مقابل را دارد؟

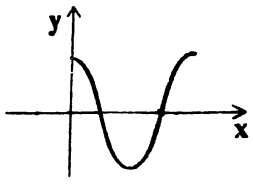
۱) $y = 2\,|\text{Sinx}|\,\text{Cosx}$

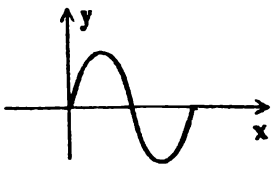
۲) $y = -2\,|\text{Sinx}|\,\text{Cosx}$

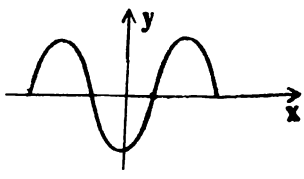
۳) $y = 2\text{Sinx}\,|\text{Cosx}|$

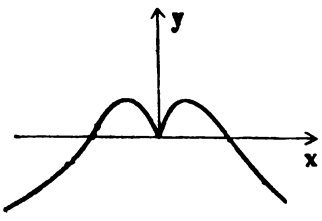
۴) $y = -2\text{Sinx}\,|\text{Cosx}|$

۳۹۷ـ منحنی تابع $y = \frac{1 - tg^2x}{1 + tg^2x}$ شبیه کدام یک از منحنی های زیر است؟ $(0 \le x \le 2\pi)$

۱)


۲)


۳)


۴)


*** ۳۹۸ـ مرکز تقارن منحنی تابع $y = \frac{x^2 - 4x + 4}{x}$ روی کدام دسته از خطوط زیر است؟**

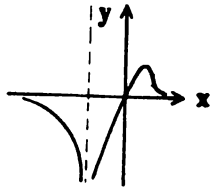
۱) $\begin{cases} x = 0 \\ y = x + 1 \\ y = 2x + 4 \end{cases}$

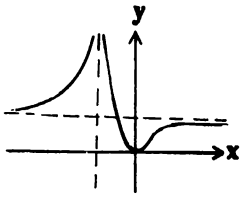
۲) $\begin{cases} x = 0 \\ y = x - 4 \\ y = 2x - 4 \end{cases}$

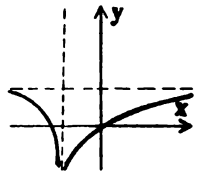
۳) $\begin{cases} x = 0 \\ y = x \\ y = 2x - 4 \end{cases}$

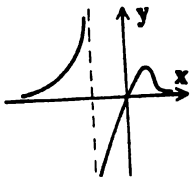
۴) هیچکدام

۳۹۹ـ نمودار تابع $y = \frac{x^2}{(x+1)^2}$ شبیه کدام است؟

۱) 

۲) 

۳) 

۴) 

* ۴۰۰ـ جهت تغییرات تابع $y = \frac{x^2 - x}{-x^2 + x + 1}$ با جهت تغییرات کدامیک از تابعهای زیر برابر می باشد؟

۱) $y = \frac{1}{x^2 - x - 1}$

۲) $y = \frac{-1}{x^2 - x - 1}$

۳) $y = \frac{-x^2 + x}{-x^2 + x + 1}$

۴) $y = \frac{x^2 - x}{x^2 + x + 1}$

۴۰۱ـ منحنیهای $y = x^3 + 1$ و $y = x^2 + 1$ یکدیگر را:

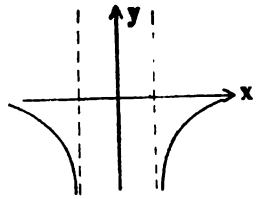
۱) قطع نمی‌کنند.

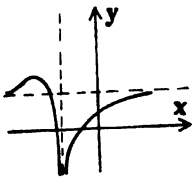
۲) در یک نقطه قطع و در یک نقطه برهم مماس‌اند.

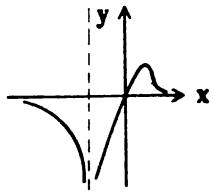
۳) در چهار نقطه قطع می‌کنند.

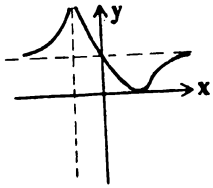
۴) در دو نقطه قطع می‌کنند.

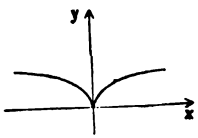
۴۰۲ ـ منحنی نمایش تغییرات تابع $y = \left| \frac{x - 1}{x + 1} \right|$ به کدامیک از منحنی های زیر شبیه است؟

۱)


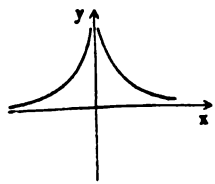
۲)


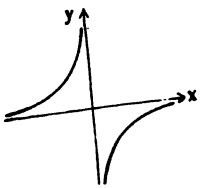
۳)


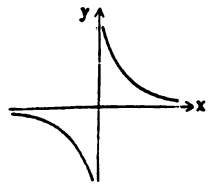
۴)


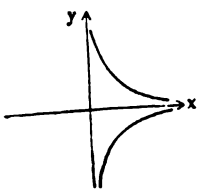
* ۴۰۳ ـ اگر نمودار تابع $y = f(x)$ بصورت


مقابل باشد نمودار تابع با ضابطه $y = f'(x)$ به کدام صورت است؟

۱)


۲)


۳)


۴)


۴۰۴ ـ نمودار تابع $y = (x^2 - 1)^m$ به ازای تمام مقادیر m از چند نقطهٔ ثابت می‌گذرد؟

۱) دو نقطه ۲) سه نقطه ۳) چهار نقطه ۴) هیچ نقطه

۴۰۵ـ نمودار تابع $y = \frac{x - 2}{(x - 1)^m}$ به ازای کلیه مقادیر m از چند نقطهٔ ثابت می‌گذرد؟

۱) یک ۲) دو ۳) سه ۴) هیچ

۴۰۶ـ مرکز تقارن منحنی $y = \frac{2x - 1}{x - 3}$ کدام است؟

۱) (2,3) ۲) (3,2) ۳) (2, -3) ۴) (0, 0)

۴۰۷ـ محورهای تقارن منحنی $xy - 2x - 3y - 1 = 0$ کدام است؟

۱) $x + y = 4 , x - y = 1$ ۲) $x + y = 5 , x - y = 1$

۳) $x + y = 5 , x - y = -1$ ۴) $x + y = -5 , x - y = -1$

۴۰۸ـ مختصات مرکز تقارن $y = \frac{x^2 - 3x + 1}{x - 2}$ کدام نقطه است؟

۱) (2,1) ۲) (1,2) ۳) (2,3) ۴) (2, -1)

۴۰۹ـ محورهای تقارن منحنی $y = \frac{2x^2 - 4x + 1}{x - 2}$ کدامند؟

۱) $y - 2x = \pm \sqrt{5} (x - 2)$ ۲) $y + 2x = \pm \sqrt{5} (x + 2)$

۳) $y + 2x = + \sqrt{5} (x - 2)$ ۴) $y - 2x = \pm \sqrt{5} (x + 2)$

۴۱۰ـ مختصات مرکز تقارن $y = 2x + 3 \pm \sqrt{x^2 - 4x + 1}$ کدام است؟

۱) W (7,2) ۲) W (2,3) ۳) W (2,7) ۴) W (1,5)

۴۱۱ـ مرکز تقارن منحنی $y = x + 2 \pm \sqrt{x^2 + 1}$ کدامند؟

۱) (0 , 2) ۲) (0 , 2)

۳) (2 , 0) ۴) (1 , 0)

۴۱۲ـ مرکز تقارن منحنی $x^2 - xy + 3x + 4y = 0$ روی کدام یک از خطوط زیر قرار دارد؟

۱) $y = x + 7$ ۲) $y = x - 1$

۳) $x = 5$ ۴) $x + y = 1$

۴۱۳ـ کدامیک از نقاط زیر مرکز تقارن منحنی تابع $y = x - 1 + \frac{2}{x - 3}$ است؟

۱) (3,1) ۲) (1,3) ۳) (3,2) ۴) (2,3)

۴۱۴ـ کدامیک از منحنی های زیر فقط یک محور تقارن مایل دارد؟

۱) $y = x \pm \sqrt{x}$ ۲) $y = x^2 - 4x$

۳) $y = \frac{x^2 - 4}{3x^2 - 1}$ ۴) $y = x \pm \sqrt{3x^2 - 2}$

۴۱۵ـ محور تقارن منحنی $y^2 = x^3 + 1$ کدام خط است؟

۱) $x = -1$ ۲) $y = 1$ ۳) محور xها ۴) محور yها

* **۴۱۶ـ** مرکز تقارن منحنی $(x - y)(x + y - 2) = 5$ کدام است؟

۱) (2,5) ۲) (2,2) ۳) (2, -2) ۴) (1, 1)

۴۱۷ـ منحنی مکان نقطه

$x = 2\sin\alpha + \cos\alpha + 1 , y = 2\cos\alpha - \sin\alpha + 2$

چند محور تقارن دارد؟

۱) یک ۲) دو ۳) بیشمار ۴) هیچ

۴۱۸ـ مرکز تقارن مکان هندسی $M\left(x = \frac{1 - t}{1 + t} + 2 , y = \frac{1 + t}{1 - t}\right)$ کدام است؟

۱) (1 , 2)　　۲) (2 , 0)　　۳) (0 , 0)　　۴) (-2 , -1)

۴۱۹ ـ منحنی های $y = (x - 1)^3 (x - 2)^4 (2x - 6)$ و $y = (x - 1)^3 (x - 2)^4 (x + 3)$ نسبت بهم چه وضعی دارند؟

۱) در سه نقطه برهم مماسند.

۲) در دو نقطه برهم مماسند.

۳) در یک نقطه متقاطعند.

۴) بر هم مماسند و در نقطه متقاطعند.

۴۲۰ ـ به ازاء چند مقدار از m نمودار تابع $y = (x - 1)(x^2 + mx + 9)$ بر محور xها مماس است؟

۱) یک مقدار　　۲) دو مقدار　　۳) سه مقدار　　۴) هیچ مقدار

۴۲۱ ـ تابع $y = \frac{(a + 2b)x^2 - ax + 2a + b - 4}{bx^2 + ax + b}$ بازاءِ چه مقادیر a و b به خطی موازی محور xها تبدیل می شود؟

۱) $a = 3 , b = -1$　　۲) $a = -3 , b = 1$

۳) $a = 3 , b = 1$　　۴) $a = -3 , b = -1$

۴۲۲ ـ منحنی نمایش تابع $y = \frac{3x^2 + 6x + 5}{x^2 + 2x + 2}$ همواره:

۱) دارای یک نقطه عطف است.　　۲) فاقد نقطه عطف است.

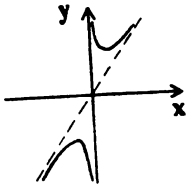
۳) دارای دو نقطه عطف است.　　۴) فاقد Max یا Min است.

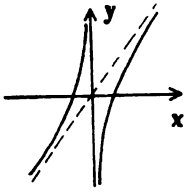
* ۴۲۳ ـ معادله مکان هندسی مرکز تقارن منحنی تابع $y = \frac{(m - 1)x + 3}{x - 2m}$ کدام است؟

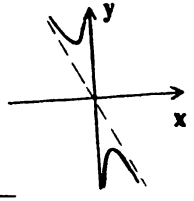
۱) $y = \frac{x}{2} + 1$ ۲) $y = \frac{x}{2} - 1$

۳) $y = -\frac{x}{2} + 1$ ۴) $y = 2x + 1$

۴۲۴ـ نمودار تابع با ضابطهٔ $y = \frac{x^2 + 3x + 2}{x + 1}$ به کدام صورت زیر می باشد

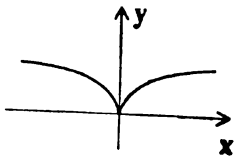
۱) 

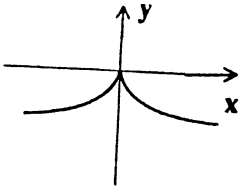
۲) 

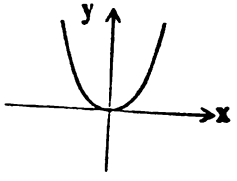
۳) 

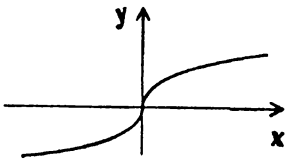
۴) هیچکدام

۴۲۵ـ نمودار تابع با ضابطهٔ $y = \sqrt[3]{x^2}$ به ... امیک از صورتهای زیر می باشد؟

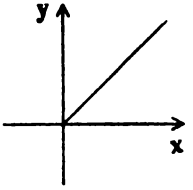
۱) 

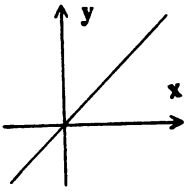
۲) 

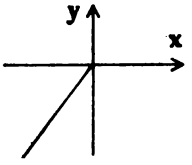
۳) 

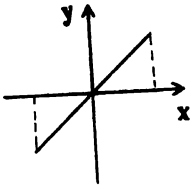
۴) 

۴۲۶ـ نمایش هندسی تابع $f(x) = \text{Sin (Arc Sin}x)$ کدامیک از اشکال زیر می باشد؟

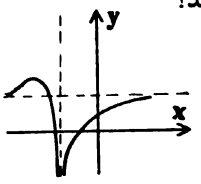
۱)


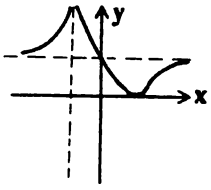
۲)


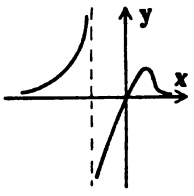
۳)


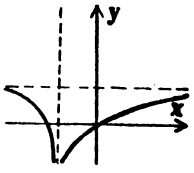
۴)


۴۲۷ ـ نمودار تابع با ضابطهٔ $y = \frac{x^2 + 2x}{(x+1)^2}$ شبیه به کدامیک از اشکال زیر می باشد؟

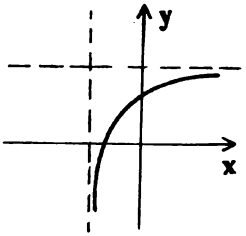
۱)


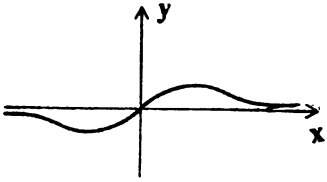
۲)


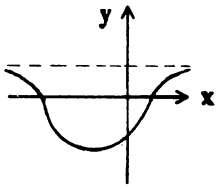
۳)


۴)


۴۲۸ ـ در نمودارهای زیر شکل تقریبی $y = \frac{x^2 + 2x - 3}{x^2 + 2x + 3}$ کدام است؟

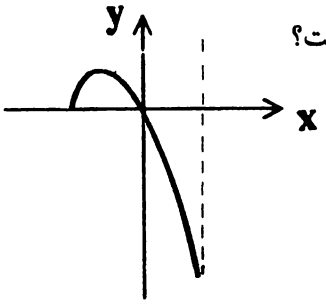
۱)


۲)


۳) 

۴) هرسه شکل

۴۲۹ ـ شکل مقابل مربوط به کدام تابع است؟



۱) $y = -x\sqrt{\frac{2+x}{1-x}}$

۲) $y = x\sqrt{\frac{1-x}{1+x}}$

۳) $y = x\sqrt{\frac{1+x}{1-x}}$

۴) $y = -x\sqrt{\frac{1-x}{1+x}}$

۴۳۰ ـ هرگاه در منحنی $y = x^3 - mx^2 - 4x - 4$ نقطه $x = m$ طول نقطه برخورد با محور xها باشد در اینصورت m کدامست؟

۱) 1 ۲) 3 ۳) -2 ۴) -1

فصل ششم: ۴۴ تست از معادلات درجه سوم

۴۳۱ ـ اگر مجموع دو ریشه معادله $x^3 - 7x^2 + mx + 3 = 0$ برابر 8 باشد ریشه سوم کدام است؟

۱) -1 ۲) -2 ۳) 1 ۴) 2

* ۴۳۲ ـ اگر α و β و γ ریشه های معادله $x^3 - 7x + m = 0$ بوده و در تساوی $\alpha^3 + \beta^3 + \gamma^3 = 7$ صدق کنند m کدام است؟

۱) $-\frac{7}{3}$ ۲) $-\frac{3}{7}$ ۳) $\frac{7}{3}$ ۴) $\frac{3}{7}$

۴۳۳ ـ به ازای چه مقدار m معادله $x^3 - 3x + m^2 = 0$ دارای ریشه مضاعف است؟

۱) 0 ۲) 2 ۳) 3 ۴) $\sqrt{2}$

۴۳۴ ـ منحنی های دو تابع $y = \frac{1}{x^3}$ و $y = \frac{1}{-x + 2}$ یکدیگر را در:

۱) سه نقطه قطع می‌کنند.

۲) یک نقطه قطع می‌کنند.

۳) یک نقطه قطع می‌کنند و در یک نقطه بر هم مماسند.

۴) قطع نمی‌کنند.

* ۴۳۵ـ اگر α و β و γ ریشه های حقیقی معادله $x^3 - 6x^2 - 4x + (m - 1) = 0$ باشد و داشته باشیم:

$$\frac{\alpha + \beta}{\gamma} + \frac{\beta + \gamma}{\alpha} + \frac{\gamma + \alpha}{\beta} = 1$$

آنگاه مقدار m کدام است؟

۱) 3 ۲) 5 ۳) 7 ۴) 9

* ۴۳۶ـ اگر $f(x) = x^2 - 3x + 2$ و $g(x) = x^3 - 3x$ معادله $f[g(x)] = 0$ چند ریشه حقیقی متمایز دارد؟

۱) دو ۲) چهار ۳) پنج ۴) شش

۴۳۷ـ هرگاه α و β و γ ریشه های معادلهٔ درجه سوم $x^3 + px + q = 0$ باشند حاصل $\frac{\alpha^2}{\beta\gamma} + \frac{\beta^2}{\alpha\gamma} + \frac{\gamma^2}{\alpha\beta}$ کدام است؟

۱) -3 ۲) 3 ۳) -2 ۴) 2

* ۴۳۸ـ مقدار a کدام باشد تا معادلات درجه سوّم $x^3 - 5x^2 + 6x - 2a = 0$ و $x^3 - 5x^2 + 5x - a = 0$ دارای یک ریشه مشترک باشند؟

۱) $a = 2$ ۲) $a = 3$ ۳) $a = 4$ ۴) $a = 5$

۴۳۹ـ مجموع مکعبات ریشه های معادله $x^3 - 3x - 3 = 0$ برابر کدام است؟

۱) 9 ۲) -3 ۳) -9 ۴) 3

۴۴۰ـ اگر معادله $x^3 - mx^2 - 5x + 5 = 0$ دو ریشه قرینه داشته باشد m کدام است؟

۱) 1 ۲) -1 ۳) 3 ۴) 0

* ۴۴۱ـ با فرض $a^2 < 3b$ معادله $x^3 + ax^2 + bx + c = 0$ چند ریشه

حقیقی دارد؟

۱) ریشه ندارد. ۲) یک ریشه ۳) دو ریشه ۴) سه ریشه

۴۴۲ـ کدامیک از معادلات زیر می تواند سه ریشه حقیقی و مثبت داشته باشد؟

۱) $ax^3 + bx^2 + c = 0$

۲) $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$

۳) $a^2x^3 + bx^2 + cx + d^2 = 0$

۴) $a^2 x^3 + b^2x^2 + cx + d = 0$

۴۴۳ـ اگر x_1 و x_2 و x_3 ریشه های معادله $x^3 - 3mx + 1 = 0$ باشند و $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 6$ باشد، m کدام است؟

۱) -3 ۲) -1 ۳) 1 ۴) 3

۴۴۴ـ معادله $x^3 - 3x - m - 2 = 0$ بازاءِ کدام یک از مقادیر زیر دارای ریشه مضاعف منفی است؟

۱) 4 ۲) صفر ۳) -2 ۴) -4

۴۴۵ـ اگر x_1 و x_2 و x_3 ریشه های معادله $x^3 - 3x + k + 2 = 0$ و $x_1^3 + x_2^3 + x_3^3 = -12$ باشد مقدار k کدام است؟

۱) 2 ۲) -2 ۳) 3 ۴) -3

۴۴۶ـ بازاء چه مقدار m معادله $x^3 - 3x + 1 - m = 0$ ریشه مضاعف مثبت دارد؟

۱) $m = -1$ ۲) $m = 0$ ۳) $m = 1$ ۴) $m = 2$

* **۴۴۷ـ** اگر در معادله $x^3 - mx^2 - 4x + 4 = 0$ دو ریشه قرینه باشند m

کدامست؟

۱) 1　　۲) -1　　۳) 3　　۴) 0

۴۴۸ـ معادله $x^3 - 3mx + 2 = 0$ دارای ریشه مضاعف است در صورتیکه داشته باشیم:

۱) $m = -1$　　۲) $m = 1$　　۳) $m = 0$　　۴) $m = \pm 1$

۴۴۹ـ هرگاه اعداد α و β و ۱ ریشه های معادله درجه سوم $x^3 - 3x^2 + mx + 24 = 0$ باشند α و β ریشه های کدامیک از معادلات زیر است؟

۱) $x^2 + 2x - 24 = 0$　　۲) $x^2 - 2x - 24 = 0$

۳) $x^2 - 2x + 24 = 0$　　۴) $x^2 + 2x + 24 = 0$

۴۵۰ـ معادلهٔ درجهٔ سوم $8x^3 - 6x - 2 = 0$ دارای ..... است.

۱) سه جواب متمایز　　۲) سه جواب برابر

۳) یک جواب ساده　　۴) یک جواب ساده و یک جواب مضاعف

۴۵۱ـ هرگاه $a = b + c$ باشد مقدار $a^3 - b^3 - c^3$ کدامست؟

۱) صفر　　۲) $3abc$　　۳) $-3abc$　　۴) $-a^3$

* **۴۵۲ـ** به‌ازای چه مقداری از m مجموع دو جواب معادله $x^3 - 9x + m = 0$ برابر دو است؟

۱) $m = -280$　　۲) $m = 280$　　۳) $m = 10$　　۴) $m = -10$

* **۴۵۳ـ** هرگاه معادلهٔ $x^3 + px + q = 0$ ریشهٔ مضاعف داشته باشد کدامیک از معادلات زیر ریشهٔ مضاعف دارند؟

۱) $qx^3 + px + 1 = 0$ ۲) $px^3 + qx + 1 = 0$

۳) $qx^3 + px^2 + 1 = 0$ ۴) هیچکدام

۴۵۴ ـ مجموع معکوسهای سه جواب معادلهٔ $8x^3 - 16x + 3 = 0$ کدامست؟

۱) صفر ۲) $\frac{3}{8}$ ۳) $\frac{3}{16}$ ۴) $\frac{16}{3}$

* **۴۵۵ ـ** در معادلهٔ $x^3 + mx^2 + 2 = 0$ مقدار عبارت $(\alpha\beta)^3 + (\beta\gamma)^3 + (\alpha\gamma)^3$ کدامست؟

۱) 0 ۲) 12 ۳) -6 ۴) $-3m$

۴۵۶ ـ مجموع مربعات جوابهای معادلهٔ $x^3 + 5x + 3m - 2 = 0$ کدامست؟

۱) 5 ۲) -5 ۳) -10 ۴) $-\frac{1}{5}$

۴۵۷ ـ کدامیک از معادلات زیر هریک از ریشه هایش دوبرابر یکی از ریشه های معادلهٔ $x^3 + ax^2 + a = 0$ می باشد؟

۱) $x^3 + 2ax^2 + 8a = 0$ ۲) $x^3 + 2ax^2 - 8a = 0$

۳) $8x^3 + 4ax^2 + a = 0$ ۴) هیچکدام

۴۵۸ ـ معادلهٔ $x^3 - x^2 - 5x - 3 = 0$ دارای جواب مضاعف است این جواب مضاعف کدامست؟

۱) 3 ۲) $\frac{1}{3}$ ۳) -1 ۴) 1

* **۴۵۹ ـ** معادلهٔ $27x^3 - 9mx^2 + m^2x - \frac{m^3}{27} = 0$ به ازای مقادیر مختلف m

چند جواب دارد؟

۱) سه جواب برابر
۲) فقط یک جواب
۳) یک جواب یا سه جواب برابر
۴) یک جواب ساده و یک جواب مضاعف

۴۶۰ـ هرگاه a و b و c سه عدد متمایزبوده و هیچ دوتای آنها قرینه هم نباشند وداشته‌باشیم: $a^3 + pa + q = 0$ و $b^3 + pb - q = 0$ و $c^3 + pc + q = 0$ در اینصورت کدامیک از روابط زیر برقرار است؟

۱) $a + b + c = 1$
۲) $a - b + c = 1$
۳) $a + b + c = 0$
۴) $a - b + c = 0$

۴۶۱ـ هرگاه معادلهٔ $x^3 - 2x + a + 1 = 0$ دو جواب قرینه داشته باشد مقدار a کدامست؟

۱) -5
۲) 1
۳) -1
۴) صفر

*** ۴۶۲ـ** هرگاه در معادلهٔ $x^3 + kx^2 + 4 = 0$ مجموع معکوسات دو جواب عدد ۱ باشد مقدار k کدامست:

۱) -3
۲) -5
۳) -5 یا -3
۴) -1

۴۶۳ـ به ازای کدام مقدار m معادلهٔ $x^3 - 3x + 2m + 2 = 0$ دارای سه ریشهٔ حقیقی است؟

۱) $]-\infty , -2[$
۲) $]-2 , 2[$
۳) $]-2 , 0[$
۴) $]0 , \infty[$

*** ۴۶۴ـ** معادلهٔ $x^3 - 3x + 1 = 0$ در فاصلهٔ $[0 , 1]$ چند ریشه دارد؟

۱) 1
۲) 2
۳) 3
۴) صفر

۴۶۵ـ هرگاه معادلات $x^3 + 2x^2 - 13x + 1 = 0$ و $x^3 - 6x^2 + 3x + 10 = 0$ یک ریشه مشترک داشته باشند آن ریشه کدام است؟

۱) 1　　۲) 0　　۳) 2　　۴) -2

۴۶۶ـ معادله درجه سومی که ریشه هایش سه واحد از ریشه های معادلهٔ $x^3 - 4x^2 + x + 6 = 0$ بیشتر باشد کدام است؟

۱) $x^3 - 13x^2 + 10x + 66 = 0$

۲) $x^3 - 13x^2 - 10x - 66 = 0$

۳) $x^3 + 13x^2 - 52x + 60 = 0$

۴) $x^3 - 13x^2 + 52x - 60 = 0$

* **۴۶۷ـ** نقطه $(0,1)$ مرکز تقارن کدام منحنی است؟

۱) $y = x^3 - 5x^2 + 1$　　۲) $y = x^5 - \frac{5}{3}x^3 + 1$

۳) $y = x^3 + 5x^2 - 1$　　۴) $y = x^5 + \frac{5}{3}x^3 - 1$

* **۴۶۸ـ** اگر ریشه های معادلهٔ $2(m+1)x^3 - 10x^2 + (n+2)x + 1 = 0$ برابر $\frac{1}{2}$ و $-\frac{1}{3}$ و $\frac{1}{4}$ باشد ریشه های معادله $x^3 + (n+2)x^2 - 10x + 2(m+1) = 0$ کدام گزینه است؟

۱) $-\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, -\frac{1}{2}$　　۲) $1, -\frac{4}{3}, 2$

۳) $-2, -3, -4$　　۴) $4, -3, 2$

۴۶۹ـ اگر ریشه های معادلهٔ $x^3 - 9x^2 + 26x - 24 = 0$ برابر 2 و 3 و 4 باشد در اینصورت ریشه های کدام معادله زیر $-\frac{1}{2}$ و $-\frac{1}{3}$ و $\frac{-1}{4}$ است؟

۱) $-24x^3 + 26x^2 + 9x + 1 = 0$

۲) $24x^3 - 26x + 9x - 1 = 0$

۳) $-24x^3 + 26x^2 - 9x - 1 = 0$

۴) $24x^3 + 26x^2 + 9x + 1 = 0$

* ۴۷۰ ـ اگر $a^3 + pa + q = 0$ و $b^3 + pb + q = 0$ و $c^3 + pc + q = 0$ باشد در اینصورت $a + b + c$ برابر است با:

۱) 1 ۲) -1 ۳) 0 ۴) نامعلوم

۴۷۱ ـ معادله درجه سومی که ریشه هایش سه برابر ریشه های معادلهٔ $x^3 + mx + 1 = 0$ باشد کدام است؟

۱) $x^3 + 9mx + 27 = 0$ ۲) $27x^3 + 3mx + 1 = 0$

۳) $3x^3 + 9mx^2 + 27 = 0$ ۴) $27x^3 + mx + 1 = 0$

۴۷۲ ـ اگر α و β و γ ریشه های معادله $x^3 + (18m - 1)x + 3m = 0$ باشد حاصل $\alpha^3 + \beta^3 + \gamma^3$ برابر است با:

۱) 9ـ ۲) 9 ۳) 9m ۴) 9mـ

۴۷۳ ـ منحنی های در تابع $y = \frac{-1}{x^3}$ و $y = \frac{1}{x - 2}$ یکدیگر را در چند نقطه قطع می کند؟

۱) 1 ۲) 2

۳) 3 ۴) یکدیگر را قطع نمی کنند.

۴۷۴ ـ معادله درجه سومی که ریشه هایش دو واحد بیشتر از ریشه های معادلهٔ $x^3 + 2x + m - 1 = 0$ باشد عبارت است از:

۱) $x^3 + 3x^2 + 5x + m = 0$ ۲) $x^3 + 4x + 2(m - 1) = 0$

۳) $x^3 + 2x + m = 0$ ۴) $x^3 - 9x^2 + 8x + m - 13 = 0$

فصل هفتم:

۸۸ تست از دیفرانسیل و انتگرال

۴۷۵ـ تابع اولیه $y = \sqrt[5]{5x^2}$ برابر کدام است؟

۱) $\frac{7\sqrt{x^5}}{5} + c$ ۲) $\frac{5\sqrt{x^5}}{3} + c$

۳) $5\sqrt{6x^2} + c$ ۴) $\frac{5}{7}\sqrt[5]{5x^7} + c$

۴۷۶ـ سطح محصور بین دو منحنی $y = \frac{x^2}{3}$ و $y^2 = 3x$ برابر کدام است؟

۱) 3 ۲) $\frac{1}{3}$ ۳) 1 ۴) $\frac{4}{3}$

۴۷۷ـ تابع اولیه تابع $y = 7\text{Sinx Cos}^6 x$ کدام است؟

۱) $\text{Cos}^7x + c$ ۲) $-\text{Cos}^7x + c$

۳) $\text{Sin}^7x + c$ ۴) $-\text{Sin}^7x + c$

۴۷۸ـ حاصل $\int \frac{9\text{Sin}^8x}{\text{Cos}^{10}x}\,dx$ کدام است؟

۱) $-\text{Cotg}^9x + c$ ۲) $\text{Cotg}^9x + c$

۳) $-\text{tg}^9x + c$ ۴) $\text{tg}^9x + c$

۴۷۹ ـ تابع اولیه $y = 2\text{Sin}3x\ \text{Cos}x$ کدام است؟

۱) $\frac{1}{4}\text{Cos}4x + c$ ۲) $-\frac{1}{4}\text{Cos}4x + \text{Cos}2x + c$

۳) $\frac{1}{2}\text{Cos}2x + c$ ۴) $-\frac{1}{4}\text{Cos}4x - \frac{1}{2}\text{Cos}2x + c$

۴۸۰ ـ حجم حادث از دوران منحنی $y = \text{Sin}x$ در فاصله $[0\ ,\ \pi]$ حول محور xها کدام است؟

۱) $\frac{\pi^2}{2}$ ۲) $\frac{\pi^2}{4}$ ۳) $\frac{\pi}{4}$ ۴) $\frac{\pi}{2}$

۴۸۱ ـ سطح محدود به محورهای مختصات و منحنی $y = \frac{3}{x+1}$ و خط $x=1$ را حول محور xها دوران می دهیم حجم حادث از دوران کدام است؟

۱) $\frac{7\pi}{4}$ ۲) $\frac{9\pi}{2}$ ۳) $\frac{3\pi}{4}$ ۴) $\frac{3\pi}{2}$

۴۸۲ ـ سطح محصور بین منحنی $y = \text{Cos}2x$ و محورهای مختصات کدام است؟

۱) 2 ۲) $\frac{1}{2}$ ۳) $\frac{\pi}{4}$ ۴) $\frac{\pi}{2}$

۴۸۳ ـ سطح محصور بین منحنی های $y = x^2$ و $y = \sqrt{x}$ کدام است؟

۱) 1 ۲) $\frac{2}{3}$ ۳) $\frac{1}{3}$ ۴) $\frac{1}{6}$

۴۸۴ ـ سطح محصور بین منحنی $y = \sqrt{x}$ و محور xها و خط $x = 1$ را حول محور ox دوران می دهیم حجم حادث از دوران کدام است؟

۱) $\frac{\pi}{2}$ ۲) $\frac{\pi}{3}$ ۳) $\frac{2\pi}{3}$ ۴) $\frac{3\pi}{2}$

۴۸۵ ـ مقدار تقریبی $\text{Sin}29^\circ$ برابر است با:

۱) $\frac{1}{2} - \frac{\pi\sqrt{3}}{180}$ ۲) $\frac{1}{2} + \frac{\pi\sqrt{3}}{180}$

۳) $\frac{180 - \pi\sqrt{3}}{360}$ ۴) $\frac{180 + \pi\sqrt{3}}{360}$

* ۴۸۶ ـ حاصل $\int_0^2 x^2 [x]dx$ برابر است با:

۱) $\frac{7}{3}$ ۲) $\frac{3}{7}$ ۳) $-\frac{7}{3}$ ۴) $-\frac{3}{7}$

* ۴۸۷ ـ در گودالی به شکل مخروط با شیب 1 به عمق 5 متر مقدار $\frac{1000\pi}{3}$ مترمکعب آب ریخته ایم ارتفاع آب برابر است با:

۱) 30 ۲) 20 ۳) 10 ۴) هیچکدام

۴۸۸ ـ مساحت سطح محدود بین محور xها و منحنی نمایش $y = \text{Cos } x \sqrt{\text{Sin}x}$ در فاصله $[0 , \frac{\pi}{2}]$ برابر است با:

۱) $\frac{1}{2}$ ۲) $\frac{2}{3}$ ۳) $\frac{3}{4}$ ۴) $\frac{4}{5}$

۴۸۹ ـ مقدار تقریبی $\sqrt[5]{33}$ کدام است؟

۱) $2 + \frac{1}{20}$ ۲) $2 + \frac{1}{40}$ ۳) $2 + \frac{1}{80}$ ۴) $2 + \frac{1}{160}$

۴۹۰ ـ اگر $g(x) = \int_a^x f(t)\,dt$ باشد کدام رابطه درست است؟

۱) $g'(x) = f(x)$ ۲) $f'(x) = g(x)$

۳) $g(x) = f(x)$ ۴) $g(x) = f(x) - f(a)$

۴۹۱ ـ سطح محصور بین منحنی $y = x\sqrt{x + 1}$ و محور xها را حول محور xها دوران می دهیم حجم حادث برابر است با:

۱) $\frac{\pi}{12}$ ۲) $\frac{\pi}{4}$ ۳) $\frac{\pi}{2}$ ۴) $\frac{4\pi}{3}$

۴۹۲ ـ مساحت سطح محصور بین منحنی $y = 1 + \frac{1}{(x - 1)^2}$ و محور xها و خطوط $x = 2$ ، $x = 3$ برابر کدام است؟

۱) 1 ۲) $\frac{4}{3}$ ۳) $\frac{3}{2}$ ۴) 2

۴۹۳ـ مساحت سطح محدود به منحنی نمایش $y = -4x^3 + 12x^2$ و محور xها و خطوط $x = 1$ و $x = 2$ برابر کدام است؟

۱) 11 ۲) 12 ۳) 13 ۴) 14

* **۴۹۴ـ** تابع اولیه تابع $y = (2\sqrt{x} + 3)^{1/5} \frac{1}{\sqrt{x}}$ کدام است؟

۱) $\frac{5}{6}(2\sqrt{x} + 3)^{6/5} + c$ ۲) $\frac{5}{6}(2\sqrt{x} + 3)^{5/6} + c$

۳) $\frac{6}{5}(2\sqrt{x} + 3)^{6/5} + c$ ۴) $\frac{6}{5}(2\sqrt{x} + 3)^{5/6} + c$

* **۴۹۵ـ** منحنی $y = x^2$ را حول محور y ها دوران می دهیم، مکان حاصل ظرفی به شکل یک کاسه است که تا ارتفاع ۱ متری آب دارد حجم آب چند مترمکعب است؟

۱) π ۲) $\frac{\pi}{2}$ ۳) $\frac{\pi}{4}$ ۴) 2

۴۹۶ـ اگر $f'(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$ و $f(1) = 4$ باشد آنگاه تابع $f(x)$ کدام است؟

۱) $\sqrt{x} + 3$ ۲) $2\sqrt{x} + 2$

۳) $4\sqrt{x}$ ۴) $3\sqrt{x} + 1$

۴۹۷ـ انتگرال تابع $f(x) = 9(2x + 3)(x^2 + 3x + 7)^8$ کدام است؟

۱) $(x^2 + 3x + 7)^{10} + c$ ۲) $(x^2 + 3x + 7)^9 + c$

۳) $(x^2 + 3x + 7)^{11} + c$ ۴) $(x^2 + 3x + 7)^{12} + c$

۴۹۸ـ حاصل $\int_1^4 \frac{1}{2\sqrt{x}}(\sqrt{x} + 1)^2 dx$ کدام است؟

۱) $\frac{25}{3}$ ۲) 8 ۳) $\frac{26}{3}$ ۴) $\frac{19}{3}$

* ۴۹۹ـ سطح محصور بین منحنی $y = (x^2 + 1)\sqrt{2x}$ و خطوط $x = 1$ و $x=0$ را حول محور xها دوران داده ایم، حجم حاصل کدام است؟

۱) 2π ۲) $\frac{5\pi}{3}$ ۳) $\frac{7\pi}{3}$ ۴) 4π

* ۵۰۰ـ سطح محصور بین منحنی تابع $y = x^2 + 1$ و خط $y = 5$ را حول محور طول ها دوران می دهیم. حجم حاصل کدام است؟

۱) $\frac{544\pi}{15}$ ۲) $\frac{1088\pi}{15}$ ۳) $\frac{2176\pi}{15}$ ۴) 225π

۵۰۱ـ حجم حاصل از دوران منحنی $y = \sqrt{\text{Sinx}}$ حول محور ox در فاصله $[0 , \frac{\pi}{2}]$ کدام است؟

۱) π ۲) $\frac{\pi^2}{4}$ ۳) $\frac{\pi^2}{3}$ ۴) $\frac{\pi}{2}$

۵۰۲ـ حاصل $\int_1^2 \frac{x - 5}{2\sqrt{x - 1}}\, dx$ کدام است؟

۱) $-\frac{11}{3}$ ۲) $-\frac{11}{2}$ ۳) 1 ۴) $\frac{13}{2}$

* ۵۰۳ـ یک مخزن کروی شکل در اثر حرارت شعاعش از $10\ m$ به $10/01\ m$ می رسد گنجایش این مخزن چقدر تغییر کرده است (برحسب مترمکعب)

۱) 4π ۲) π ۳) 3π ۴) $\frac{\pi}{2}$

۵۰۴ـ حاصل $\int \frac{\sqrt{1 + \sqrt{x}}}{\sqrt{x}}\, dx$ برابر است با:

۱) $\frac{4}{3}\sqrt{1 + \sqrt{x}} + c$

۲) $\frac{3}{4}\sqrt{1 + \sqrt{x}} + c$

۳) $\frac{4}{3}(1 + \sqrt{x})\sqrt{1 + \sqrt{x}} + c$

۴) $(1 + \sqrt{x})^2 + c$

* ۵۰۵ـ حاصل $\int \frac{dx}{\sqrt{x+1} + \sqrt{x-1}}$ برابر است با:

۱) $\frac{1}{3}\left(\sqrt{(x+1)^3} + \sqrt{(x-1)^3}\right) + c$

۲) $\frac{1}{3}\left(\sqrt{(x+1)^3} - \sqrt{(x-1)^3}\right) + c$

۳) $\frac{1}{2}\left(\sqrt{x+1} - \sqrt{x-1}\right) + c$

۴) $\frac{1}{2}\left(\frac{1}{\sqrt{x+1}} - \frac{1}{\sqrt{x-1}}\right) + c$

* ۵۰۶ـ حاصل $\int_0^{\sqrt{2}} [x^2 + 1]\, dx$ برابر است با: ([ ] جزء صحیح است).

۱) $2\sqrt{2} - 1$ ۲) $3\sqrt{2} - 1$ ۳) 4 ۴) هیچکدام

* ۵۰۷ـ اگر $f(x) = \begin{cases} x^2 & 0 \le x < 1 \\ 2 - x & 1 < x \le 2 \end{cases}$ باشد $\int_0^2 f(x)\, dx$

برابر است با:

۱) $\frac{5}{6}$ ۲) $\frac{5}{12}$ ۳) $\frac{1}{3}$ ۴) $\frac{1}{2}$

۵۰۸ـ حاصل $\int \text{Sinx} \cdot \text{Sin Cosx}\, dx$ برابر است با:

۱) $\text{Sin (Cosx)} + c$ ۲) $\text{Sin (Sinx)} + c$

۳) $\text{Cos (Cosx)} + c$ ۴) $\text{Cos (Sinx)} + c$

۵۰۹ـ اگر $f(x) = \int_0^{x^2} t\text{Sint}\, dt$ باشد $f'(x)$ برابر است با:

۱) $2x^2\, \text{Sinx}^2$ ۲) $x^2\, \text{Sinx}^2$ ۳) $2x^3\, \text{Sinx}$ ۴) $2x^3\, \text{Sinx}^2$

* ۵۱۰ـ حاصل $\int x\text{Cosx}\, dx$ کدام است؟

۱) $x\, \text{Sinx} + \text{Cosx} + c$ ۲) $\frac{1}{2} x\, \text{Sinx} + \text{Cosx} + c$

۳) $-x\, \text{Sinx Cosx} + c$ ۴) $x\text{Sinx} - x\, \text{Cosx} + c$

۵۱۱ـ تابع اولیه $f(x) = 18\,(3x - 1)^5 + \frac{3}{x^4}$ برابر کدام است؟

۱) $F(x) = 18\,(3x - 1)^6 + \frac{1}{x^3} + c$

۲) $F(x) = (3x - 1)^6 + \frac{1}{x^3} + c$

۳) $F(x) = (3x - 1)^6 - \frac{1}{x^3} + c$

۴) $F(x) = 18\,(3x - 1)^6 - \frac{1}{x^3} + c$

۵۱۲ـ مقدار مشتق تابع $y = \text{Arctg}\,(\text{Cos}\,\frac{x}{2})$ بازاء $x = 60^o$ برابر است با:

۱) $\frac{1}{2}$ ۲) $-\frac{1}{2}$ ۳) $-\frac{1}{7}$ ۴) $\frac{1}{3}$

* ۵۱۳ـ مکعب فلزی به ضلع 10 را حرارت داده ایم ضلع آن به اندازهٔ $\frac{1}{10}$ بزرگ شده است، مقدار تقریبی حجم حاصل، کدام است؟

۱) 1040 ۲) 1020 ۳) 1010 ۴) 1030

* ۵۱۴ـ مقدار $\int_0^{\pi/2} [x]\,\text{Cosx}dx$ کدام است؟

۱) $1 - \frac{1}{2}\,\text{Sin1}$ ۲) $1 - \text{Sin1}$

۳) $1 + \frac{1}{2}\,\text{Sin1}$ ۴) $1 + \text{Sin1}$

* ۵۱۵ـ یک منحنی از نقطه (1 ، 1) می‌گذرد و $\frac{dy}{dx} = 2xy^2$ است، معادله این منحنی کدام است؟

۱) $y = \frac{1}{1 + 2x^2}$ ۲) $y = \frac{1}{2 - x^2}$

۳) $y = x^2 - 2$ ۴) $y = 2 - x^2$

۵۱۶ـ حاصل $\int_{-1}^{1} x\,|x|\,dx$ کدام است؟

۱) $\frac{1}{3}$ ۲) $\frac{2}{3}$ ۳) صفر ۴) 2

۵۱۷ـ اگر $\int f(x)\,dx = x^2 + 3$ باشد $f(\mathrm{Sin}x)$ کدام است؟

۱) $2\mathrm{Cos}x$ ۲) $2\mathrm{Sin}x$ ۳) $\frac{1}{2}\mathrm{Sin}2x$ ۴) $2\,\mathrm{Cos}2x$

* ۵۱۸ـ حاصل $\int \frac{dx}{\sqrt{2x - x^2}}$ کدام است؟

۱) $\mathrm{ArcSin}(x + 1) + c$ ۲) $\mathrm{ArcSin}(x - 2) + c$

۳) $\mathrm{ArcCos}(x - 1) + c$ ۴) $\mathrm{ArcSin}(x - 1) + c$

۵۱۹ـ حجم حاصل از دوران منحنی به معادله $x = \frac{1}{y + 1}$ حول محور yها و محدود به دو خط $y = 0$ و $y = 3$ کدام است؟

۱) $\frac{3\pi}{4}$ ۲) $\frac{5\pi}{4}$ ۳) $\frac{4\pi}{3}$ ۴) $\frac{4\pi}{5}$

۵۲۰ـ اگر $\int f(x)dx = x^2 + x$ باشد $\int(3f(x) + 2x)\,dx$ کدام است؟

۱) $4x^2 + 3x + c$ ۲) $3x^2 + 2x + c$

۳) $\frac{2}{3}x^3 + x^2 + c$ ۴) $x^3 + x^2 + c$

* ۵۲۱ـ مقدار $\int_{-1}^{1} (|x| + |x|)\,dx$ کدام است؟

۱) 3 ۲) 1 ۳) $\frac{3}{2}$ ۴) $\frac{1}{2}$

۵۲۲ـ اگر $S(t) = \int_{-1}^{t} \frac{dx}{1 + x^{10}}$ ، در این صورت $S'(0)$ کدام است؟

۱) -1 ۲) -2 ۳) 1 ۴) 2

۵۲۳ـ حاصل $\int \frac{3x - 2}{(3x^2 - 4x + 13)^6}\,dx$ برابر است با:

۱) $\frac{1}{121}(3x^2 - 4x + 13)^{-5} + c$

۲) $-\frac{1}{121}(3x^2 - 4x + 13)^{-5} + c$

۳) $-\frac{1}{10}(3x^2 - 4x + 13)^{-5} + c$

۴) هیچکدام

۵۲۴ـ حاصل $\int \sqrt{(2x + 17)^3}\, dx$ برابر است با:

۱) $\frac{5}{4}\sqrt{(2x + 17)^3} + c$ ۲) $\frac{1}{5}\sqrt{(2x + 17)^5} + c$

۳) $\frac{17}{5}\sqrt{(2x + 17)^3} + c$ ۴) هیچکدام

۵۲۵ـ حاصل $\int \frac{x^2}{\sqrt{x - 6}}\, dx$ برابر است با:

۱) $\frac{5}{2}x^{5/2} + 8x^{3/2} + \frac{72}{\sqrt{x}} + c$

۲) $\frac{2}{5}(x - 6)^{5/2} + 8(x - 6)^{3/2} + 72\sqrt{x - 6} + c$

۳) $\frac{2}{5}x^{2/5} + 8x^{3/2} + 13 + c$

۴) هیچکدام

* **۵۲۶ـ** حاصل $\int \frac{x^7}{\sqrt[5]{x^4 - 1}}\, dx$ برابر است با:

۱) $\frac{5}{4 \times 9}(x^4 - 1)^{9/5} + \frac{5}{16}(x^4 - 1)^{4/5} + c$

۲) $\frac{5}{9}(x^4 - 1)^{9/5} + \frac{5}{4}(x^4 + 1)^{4/5} + c$

۳) $\frac{9}{5}(x^4 - 1)^{5/9} + \frac{4}{5}(x^4 - 1)^{5/4} + c$

۴) هیچکدام

۵۲۷ـ حاصل $\int \mathrm{tg}^2 3x\, dx$ برابر است با:

۱) $\frac{1}{3}\,tg3x - x + c$ ۲) $3\,Cotgx - x + c$

۳) $\frac{1}{3}\,tg3x + x + c$ ۴) هیچکدام

۵۲۸ـ اندازه حجم حاصل از دوران سطح محصور بین منحنی $y = x^2$ و خط $y = x$ حول محور xها کدام است؟

۱) $\frac{\pi}{15}$ ۲) $\frac{2\pi}{15}$ ۳) $\frac{3\pi}{2}$ ۴) $\frac{3\pi}{4}$

* **۵۲۹ـ** در ظرفی بشکل کره که شعاع آن 10 Cm است تا ارتفاع ۹ سانتی متر آب ریخته ایم حجم آب کدام است؟

۱) $1000\,\pi$ ۲) 657π ۳) 452π ۴) 567π

۵۳۰ـ حاصل $I = \int_2^3 \frac{3\,(x+3)}{\sqrt{x-2}}dx$ کدام است؟

۱) 21 ۲) 30 ۳) 32 ۴) 15

۵۳۱ـ سطح محصور بین منحنی $y = Sin^2x$ و خط $y = \frac{2}{\pi}x$ کدامیک از اعداد زیر است؟

۱) $\frac{\pi}{4} + \frac{1}{2}$ ۲) $\frac{\pi}{4} - \frac{1}{2}$ ۳) $\frac{\pi}{8} + \frac{1}{2}$ ۴) $-\frac{\pi}{8} + \frac{1}{2}$

۵۳۲ـ مساحت محصور بین منحنی $y = 2Cos3x$ و محورهای مختصات کدام است؟

۱) $\frac{\pi}{2}$ ۲) π ۳) $\frac{1}{3}$ ۴) $\frac{2}{3}$

۵۳۳ـ حاصل $I = \int_{-\pi/6}^{\pi/6} \frac{x\,Cosx}{x^6+1}dx$ برابر کدام است؟

۱) 1 ۲) -1 ۳) $\frac{\pi}{3}$ ۴) 0

* **۵۳۴ـ** حاصل $I = \int_{-1}^{1} \sqrt{1-x^2}dx$ برابر چیست؟

۱) π ۲) $\frac{\pi}{4}$ ۳) $\frac{\pi}{2}$ ۴) 2π

۵۳۵ـ اگر ضریب زاویه مماس بر منحنی $f(x,y) = 0$ در نقطه $M(x,y)$ به صورت $\frac{x-1}{y-2}$ باشد، منحنی نمایش آن کدام است؟

۱) دایره است. ۲) بیضی است. ۳) هذلولی است. ۴) سهمی است.

* ۵۳۶ـ اگر $yCos(xy) + y'(xCosxy - 1) = 0$ باشد و منحنی از مبداء مختصات بگذرد آنگاه y برابر کدام است؟

۱) $Cos(xy)$ ۲) $xCos(xy)$ ۳) $Sin(xy)$ ۴) $xSin(xy)$

۵۳۷ـ معادله منحنی که مشتق تابع آن عکس خود تابع باشد و از نقطه $A(1, 2)$ بگذرد کدام است؟

۱) $y^2 = 2(x + 1)$ ۲) $y^2 = x + 2$

۳) $y^2 = x + 1$ ۴) $y^2 = 2(x + 2)$

۵۳۸ـ حجم حاصل از دوران سطح بیضی $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$ حول محور $x'ox$ برابر کدام است؟

۱) 20π ۲) 30π ۳) 16π ۴) 12π

۵۳۹ـ حاصل $\int Sin2x\ Sin3x\ dx$ برابر است با:

۱) $Cosx + \frac{1}{5}Cos5x + c$ ۲) $\frac{1}{2}Sinx - \frac{1}{10}Sin5x + c$

۳) $\frac{1}{2}(Sinx\ Sin2x)^2 + c$ ۴) هیچکدام

۵۴۰ـ حاصل $\int \frac{dx}{\sqrt{1 - (2x - 1)^2}}$ کدام است؟

۱) $\frac{1}{2}Arc\ Sin(2x - 1)$ ۲) $Arc\ Sin(2x - 1)$

۳) $2[1 - (2x - 1)^2]^{1/2}$ ۴) هیچکدام

* ۵۴۱ـ حاصل $\int \frac{Cosx\ dx}{1 + Sin^2x}$ برابر است با:

۱) $ArctgSinx + c$ ۲) $\frac{1}{2}(1 + Sin^2x)^2 + c$

۳) $\text{Arc SinSinx} + c$ ۴) $\text{ArctgSin}^2x + c$

* ۵۴۲ـ اگر $\frac{dy}{dx} = \frac{2x+1}{3y-1}$ باشد مکان $y = f(x)$ کدام است؟

۱) یک بیضی است. ۲) هذلولی است.

۳) دایره است. ۴) نامعلوم است.

۵۴۳ـ سطح محصور بین $y = x^2 - 1$ و $y = -x^2 + 1$ کدام است؟

۱) $\frac{8}{3}$ ۲) $\frac{4}{3}$ ۳) $\frac{3}{4}$ ۴) 1

۵۴۴ـ سطح محصور بین دو منحنی $y = x^2$ و $x = y^2$ کدام است؟

۱) $\frac{2}{3}$ ۲) $\frac{1}{3}$ ۳) $\frac{4}{3}$ ۴) $\frac{3}{4}$

۵۴۵ـ مساحت ناحیه محصور بین منحنی های به معادلات $y = x^2$ و $y = -x^2 + 4x$ چقدر است؟

۱) $\frac{5}{3}$ ۲) $\frac{8}{3}$ ۳) $\frac{7}{2}$ ۴) $\frac{11}{2}$

۵۴۶ـ اگر $f''(x) = \text{Sin}\frac{x}{2}$ باشد $f(x)$ برابر کدام است؟

۱) $-\frac{1}{4}\text{Sin}\frac{x}{2} + 2x + d$ ۲) $-4\text{Sin}\frac{x}{2} + c$

۳) $4\text{Sin}\frac{x}{2} + 2x$ ۴) $-4\text{Sin}\frac{x}{2} + cx + d$

۵۴۷ـ سطح محصور بین منحنی $y = x^2 - 1$ و محور xها کدام است؟

۱) 2 ۲) $\frac{4}{3}$ ۳) $\frac{3}{4}$ ۴) $\frac{2}{3}$

* ۵۴۸ـ حجم حادث از دوران بیضی $9x^2 + 4y^2 = 36$ حول محور xها کدام است؟

۱) 36π ۲) 24π ۳) 16π ۴) هیچکدام

۵۴۹ـ اندازه سطح محصور بین منحنی $y = 1 + 2\text{Sinx Cosx}$ و دو خط $x = 0$ و $x = \frac{\pi}{4}$ برابر کدام یک از اعداد زیر است؟

۱) $\sqrt{2}$ ۲) $\frac{1}{2} - \frac{\pi}{4}$ ۳) $\frac{\pi}{4} - \frac{1}{2}$ ۴) $\frac{\pi}{4} + \frac{1}{2}$

* ۵۵۰ـ تابع اولیه تابع $f(x) = \frac{2x}{x + \sqrt{x^2 + 1}}$ کدام است؟

۱) $\frac{3}{2}x^2 - \frac{3}{2}(x^2 + 1)^{2/3} + c$

۲) $\frac{3}{2}x^2 + \frac{3}{2}(x^2 + 1)^{2/3} + c$

۳) $\frac{2}{3}x^3 - \frac{2}{3}(x^2 + 1)^{2/3} + c$

۴) $-\frac{2}{3}x^3 + \frac{2}{3}(x^2 + 1)^{3/2} + c$

۵۵۱ـ اگر $F(x)$ یکی از توابع اولیه $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}}$ باشد، $F(\sqrt{3}) - F(0)$ برابر است با:

۱) 4 ۲) 3 ۳) 2 ۴) 1

۵۵۲ـ اگر $F(x)$ تابع اولیه $f(x) = 5x\sqrt{x}$ باشد $F(2) - F(0)$ برابر است با:

۱) $50\sqrt{2}$ ۲) $8\sqrt{2}$ ۳) $20\sqrt{2}$ ۴) $4\sqrt{2}$

* ۵۵۳ـ حاصل $\int \frac{1}{\sqrt{x}} \text{Sin}\sqrt{x}\, dx$ برابر است با:

۱) $-2\,\text{Cos}\sqrt{x} + c$ ۲) $\frac{\text{Sinx}}{\sqrt{x}} + c$

۳) $2\text{Cos}\sqrt{x} + c$ ۴) هیچکدام

* ۵۵۴ـ حاصل $\int \text{Cos}^3x\, dx$ برابر است با:

۱) $\text{Sinx} + \frac{1}{3}\text{Sin}^3x + c$ ۲) $\text{Sinx} - \frac{1}{3}\text{Sin}^3x + c$

۳) $-\text{Sinx} + \text{Sin}^3\text{x} + c$ ۴) هیچکدام

۵۵۵ـ حاصل $\int \text{Cos}^2\text{x}\, dx$ کدام است؟

۱) $\frac{1}{2}x + \frac{1}{2}\text{Sin2x} + C$ ۲) $-\frac{x}{2} - \text{Sin}\left(\frac{x}{2}\right) + C$

۳) $x^2 + \frac{1}{2}\text{Sinx} + C$ ۴) هیچکدام

۵۵۶ـ مقدار $\sqrt[6]{65}$ تا سه رقم اعشار کدام است؟

۱) 2/008 ۲) 2/007 ۳) 2/006 ۴) 2/005

* **۵۵۷ـ** حاصل $\int_0^1 \frac{x^2 dx}{1 + x^6}$ کدام است؟

۱) $\frac{\pi}{6}$ ۲) $\frac{\pi}{12}$ ۳) $\frac{\pi}{4}$ ۴) $\frac{\pi}{2}$

* **۵۵۸ـ** حاصل $\int_0^{\pi/2} (\text{Sinx} + \text{Cosx})\,[\text{Sinx} + \text{Cosx}]\, dx$ کدام است؟ ([ ] جزء صحیح است)

۱) 2 ۲) 1 ۳) $\frac{\pi}{2}$ ۴) π

* **۵۵۹ـ** اگر $0 < x + a < 2$ و $y = \text{Arctg}\frac{x + a}{1 - ax}$، آنگاه (dy) کدام است؟ (x متغیر مستقل و a عدد ثابت است)

۱) $\frac{dx}{1 - x^2}$ ۲) $\frac{dx}{1 + x^2}$ ۳) $\frac{2dx}{1 + x^2}$ ۴) $\frac{dx}{1 + a^2}$

۵۶۰ـ حاصل $\int_0^2 \sqrt{2x}\, dx$ کدام است؟

۱) $\frac{3}{4}$ ۲) $\frac{4}{3}$ ۳) $\frac{3}{8}$ ۴) $\frac{8}{3}$

۵۶۱ـ حاصل $\int x\sqrt{x + 1}\, dx$ کدام است؟ (کنکور سراسری ۷۱)

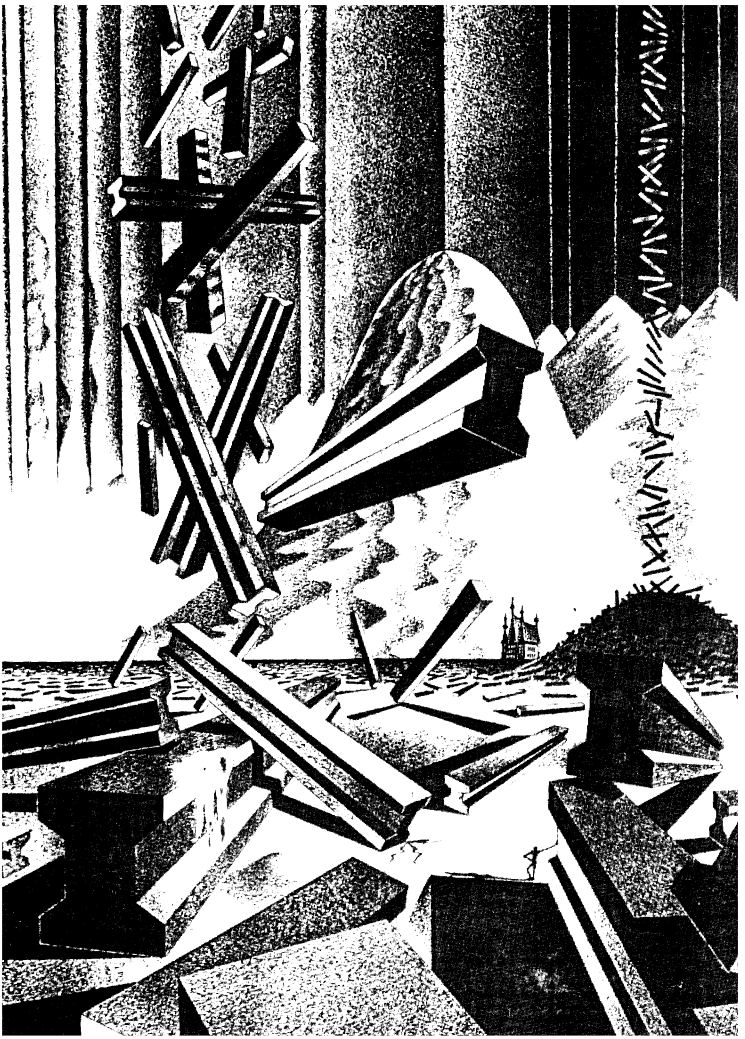
۱) $2(x + 1)^{3/2}(3x + 2) + c$ ۲) $2(x + 1)^{3/2}\left(\frac{3x - 2}{15}\right) + c$

۳) $(x + 1)^{3/2} \left(\frac{3x - 2}{15} \right) + c$ ۴) $(x + 1)^{3/2} (3x - 2) + c$

۵۶۲ـ حاصل $\int \frac{x^3}{\sqrt{1 + x^2}} dx$ کدام است؟ (کنکور سراسری ۷۰)

۱) $\sqrt{Cotgx} + c$ ۲) $\frac{1}{3} (x^2 - 2) \sqrt{x^2 + 1} + c$

۳) $Cotgx + c$ ۴) $-2 \sqrt{Cotgx} + c$



* فصل هشتم: تستهای تکمیلی * * * * * * * *

۵۶۳ـ منحنی $|y| = 2 - |x|$ چند محور تقارن دارد؟

۱) 1 ۲) 2 ۳) 3 ۴) 4

۵۶۴ـ تابع $f(x) = \begin{cases} -x + 4 & x \leq 0 \\ -x^2 + 2 & x > 0 \end{cases}$ مفروض است کدام

گزینهٔ زیر در بارهٔ این تابع، کامل تر است؟

۱) f روی R صعودی است.
۲) f روی R اکیداً صعودی است.
۳) f روی R نزولی است.
۴) f روی R اکیداً نزولی است.

۵۶۵ـ توابع f و g در R بصورت $f(x) = \sqrt{x + 2}$ و $g(x) = 2 - x$ تعریف شده اند. دامنهٔ fog کدام است؟

۱) $]-\infty , 4]$ ۲) $]-\infty , 2]$ ۳) $]-\infty , +\infty[$ ۴) $[-4 , +\infty[$ $[-2 , +\infty[$

۵۶۶ـ معادله $[\frac{2x + 5}{19}] = 2$ دارای مجموعه جواب .... می باشد. (نماد [ ] جزءِ صحیح می باشد.)

۱) R
۲) $0 < x < \frac{1}{5}$
۳) $\frac{33}{2} < x < 26$
۴) $x > 33$

۵۶۷ـ دامنه تعریف تابع $y = \sqrt{[x] - [x^2]}$ کدام است؟

۱) $]1, \sqrt{2}[$ ۲) $[0, \sqrt{2}[$ ۳) $[-1, 1]$ ۴) $[1, \sqrt{2}]$

۵۶۸ـ کدامیک از توابع زیر در دامنهٔ تعریف خود معکوس پذیرند.

۱) $f(x) = 3x^2 - 4x$ ۲) $f(x) = x - \text{Sin}x + \text{Cos}x$

۳) $f(x) = \dfrac{2x}{x^2 - 4}$ ۴) $f(x) = 3x + \text{Sin}x + \text{Cos}x$

۵۶۹ـ اگر f اکیداً نزولی و تابع g بر R_f اکیداً نزولی باشد کدام یک از گزاره های زیر درست است؟

۱) gof تابع ثابت است. ۲) gof نه صعودی و نه نزولی است.

۳) gof اکیداً صعودی است. ۴) gof اکیداً نزولی است.

۵۷۰ـ وارون تابع $y = \text{Sin}x - 2$ کدام است؟

۱) $y = 2\text{Arc Sin}x$ ۲) $y = -2\text{ Arc Sin}x$

۳) $y = \text{Arc Sin}(x - 2)$ ۴) $y = \text{Arc Sin}(x + 2)$

۵۷۱ـ حدّ تابع $f(x) = [\dfrac{2}{x+1}]$ وقتی که $x \to -\infty$ کدام است؟

۱) 1 ۲) -1 ۳) صفر ۴) حدّ ندارد.

۵۷۲ـ حدّ تابع $f(x) = \dfrac{\sqrt{x^4 + 1} - \sqrt{x^2 + 1}}{x^2}$ وقتیکه $x \to 0$ کدام است؟

۱) $+\infty$ ۲) $\dfrac{1}{2}$ ۳) $-\dfrac{1}{2}$ ۴) صفر

۵۷۳ـ در صورتیکه $2x + y = 1$ باشد مقدار ماکزیمم $3x^2 - y^2$ کدام است؟

۱) 0 ۲) 1 ۳) 2 ۴) 3

۵۷۴ـ مربع مستطیلی که یک ضلع آن بر روی محور xها و دو رأس آن بر روی $y = -x^2 + 4$ و در بالای محور طولها باشد مفروض است. اگر مساحت

این مربع مستطیل ماکزیمم باشد آنگاه مقدار این مساحت کدام است؟

۱) $\frac{4\sqrt{2}}{9}$ ۲) $\frac{16\sqrt{2}}{3}$ ۳) $\frac{8\sqrt{3}}{3}$ ۴) $\frac{32\sqrt{3}}{9}$

۵۷۵ ـ در تابع ضمنی $y^2x = x^2 + 1$ مقدار $2yy'$ کدام است؟

۱) 1 ۲) 2 ۳) $1 - \frac{1}{x^2}$ ۴) $\sqrt{\frac{x^2 - 1}{x^2}}$

۵۷۶ ـ اگر معادلهٔ $x^2 + 2x - 7m + 4 = 0$ دارای ریشه مضاعف باشد این ریشه مضاعف کدام است؟

۱) 1 ۲) -1 ۳) 2 ۴) -2

۵۷۷ ـ بیشترین مقدار تابع $y = x^3 - 3x + 3$ در فاصلهٔ $[-2 , 0]$ کدام است؟

۱) 5 ۲) 6 ۳) 3 ۴) 1

۵۷۸ ـ اگر $f(x) = \sqrt{x^2 + 1}$ و $g(x) = \sqrt{x^2 + 2}$ حاصل $\frac{f(x)\, f'(x)}{g(x)g'(x)}$ کدام است؟

۱) صفر ۲) 1 ۳) $\frac{2x}{\sqrt{x^2 + 1}}$ ۴) $\frac{2x + 1}{\sqrt{x^2 + 1}}$

۵۷۹ ـ اگر خط $y = -2x + 1$ بر منحنی تابع f در نقطهٔ به طول 1 مماس باشد معادله خط قائم بر نمودار تابع معکوس f در نقطه به عرض 1 کدام است؟

۱) $y = -2x + 1$ ۲) $y = 2x + 1$

۳) $y = 2x + 3$ ۴) $y = -2x + 3$

۵۸۰ ـ اگر یک قوطی استوانه ای شکل به حجم ماکزیمم از یک صفحه فلزی به مساحت 150π سانتیمترمربع بسازیم حجم این استوانه چند سانتیمتر مکعب خواهد بود؟

۱) 250π ۲) 280π ۳) 300π ۴) 320π

۵۸۱ـ اگر $y = \frac{1}{\sqrt{x}}$ باشد کدام گزینه زیر درست است؟

۱) $y^2y' = -1$ ۲) $y^2y' = 1$ ۳) $y^{-3}y' = -1$ ۴) $2y^{-3}y' = -1$

۵۸۲ـ تابع $f(x) = -x^2\left[\frac{1}{x}\right]$ چند مجانب دارد؟

۱) یک مجانب قائم و یک مایل ۲) یک مجانب مایل

۳) یک مجانب قائم ۴) یک مجانب افقی

۵۸۳ـ تابع وارون $y = 2x + 1 - \sqrt{\frac{x+2}{x+1}}$ خط مجانب مایلی به کدام یک از معادلات زیر دارد؟

۱) $y = 2x + 1$ ۲) $x = 2y + 1$

۳) $y = 2x$ ۴) $x = 2y$

۵۸۴ـ مکان هندسی نقاطی که در معادلهٔ $y = x \pm \sqrt{x^2 - 4x + 4}$ صدق می‌کند کدام است؟

۱) سهمی ۲) دایره ۳) هذلولی ۴) دو خط متقاطع

۵۸۵ـ تابع $f(x) = \frac{x + \text{Sin}x}{2x - \text{Sin}x}$ چند مجانب دارد؟

۱) هیچ ۲) 1 ۳) 2 ۴) بیشمار

۵۸۶ـ منحنی نمایش $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x-1}} + \frac{2x+5}{\sqrt{x-2}}$ چند مجانب دارد؟

۱) هیچ ۲) 1 ۳) 2 ۴) 3

۵۸۷ـ ضریب زاویه مجانب مایل منحنی به معادله $x^3 + y^3 - 3xy = 0$ کدام است؟

۱) $m = 1$ ۲) $m = -\frac{1}{2}$ ۳) $m = \frac{1}{2}$ ۴) $m = -1$

۵۸۸ـ نمودار تابع $|\text{Sin}x| + |y| = 0$ از چند نقطه تشکیل شده است؟

۱) هیچ نقطه ۲) یک نقطه ۳) سه نقطه ۴) بیشمار نقطه

۵۸۹ـ منحنی $y = (m - 1)x^3 - 3mx + 1$ کدامیک از خطوط زیر را در سه نقطهٔ ثابت قطع می‌کند

۱) $y = 2x - 1$ ۲) $y = 3x - 1$

۳) $y = -2x + 1$ ۴) $y = -3x + 1$

۵۹۰ـ هرگاه $f(x) = \int_2^x (2\sqrt{t} - 1)\,dt$ باشد مقدار $\int_4^{16} f'(x)\,dx$ کدام است؟

۱) $\frac{188}{3}$ ۲) $\frac{224}{3}$ ۳) 118 ۴) 236

۵۹۱ـ حاصل $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{x}}$ کدام است؟

۱) 0 ۲) 1 ۳) 2 ۴) ∞

۵۹۲ـ اگر $F(a) = \int_{-1/2}^{a} \frac{dx}{x^5 + 1}$ باشد $F'(0)$ کدام است؟

۱) 1 ۲) -1 ۳) 2 ۴) $\frac{1}{2}$

۵۹۳ـ اگر $f(x) = \int_{-x}^{x} \mathrm{Sin}^2 t\,dt$ باشد $f(\pi)$ کدام است؟

۱) π ۲) 2π ۳) 3π ۴) 4π

۵۹۴ـ نمودار یک منحنی از مبدأ مختصات می‌گذرد و بین y و y' رابطهٔ $4x = y'(y - 1)$ برقرار است معادله این منحنی کدام است؟

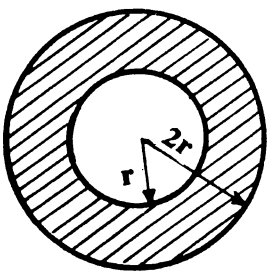
۱) $(y - 1)^2 + 4x^2 = 1$

۲) $(y - 1)^2 - 4x^2 = 1$

۳) $4x^2 + (y + 1)^2 = 1$

۴) $4x^2 + (y + 1)^2 = 1$

۵۹۵ـ اگر A مساحت ناحیه هاشورزده شکل مقابل باشد $\frac{dA}{dr}$ وقتی $r = 2$ کدام است؟ (کنکور)



۱) $\frac{4}{3}\pi$ ۲) $\frac{8}{3}\pi$ ۳) $\frac{20}{3}\pi$ ۴) 12π

۵۹۶ـ حاصل $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{x+1}+\sqrt{x}}$ کدام است؟

۱) $\frac{4}{3}(\sqrt{2}+1)$ ۲) $\frac{4}{3}(\sqrt{2}-1)$

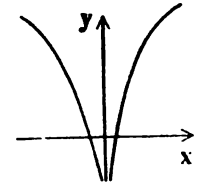
۳) $\frac{2}{3}(\sqrt{2}+1)$ ۴) $\frac{2}{3}(2\sqrt{2}-1)$

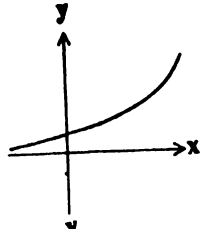
۵۹۷ـ اگر در تابع $y = \sqrt{x^2+ax+4+bx-4}$ هنگامیکه $x \to -\infty$ خط $y = x - 1$ معادلهٔ مجانب مایل باشد a و b کدامند؟

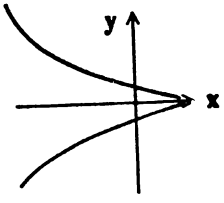
۱) $b = 0 , a = 6$ ۲) $b = 2 , a = -6$

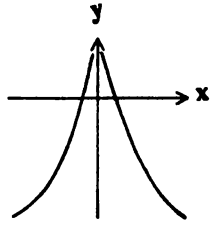
۳) $b = 1 , a = 2$ ۴) تابع در هیچ صورتی مجانب مایل ندارد.

۵۹۸ـ نمودار $y = \log |x|$ کدام یک از اشکال زیر است؟

۱)


۲)


۳)


۴)


۵۹۹ـ اگر $f(x) = x^3 - 4x$ و $g(x) = \sqrt[3]{x^2}$ در اینصورت $(fog)'$ کدام است؟

۱) $3\sqrt[3]{x^2} - 4\frac{2}{3\sqrt{x}}$ ۲) $(3\sqrt[3]{x^2} - 4)(\frac{2x}{3\sqrt{x}})$

۳) $(\frac{2}{3\sqrt[3]{x}})\ (3x\sqrt[3]{x} - 4)$ ۴) $(\frac{2x}{3\sqrt{x}})\ (3\sqrt[3]{x^4} - 4)$

۶۰۰ـ اگر $f(x) = [\frac{1}{x^2}]$ در اینصورت $\lim_{x \to 0} f(x)$ برابر است با:

۱) 0 ۲) $-\infty$ ۳) $+\infty$ ۴) هیچکدام

۶۰۱ـ اگر حاصل $\lim_{x \to 0} \frac{x^2 - tg^2x}{x^n}$ مخالف 0 و ∞ باشد n کدام است؟

۱) 0 ۲) 1 ۳) 4 ۴) هیچکدام

۶۰۲ـ برد تابع $f(x) = x - \sqrt{1 - x^2}$ کدام است؟

۱) $[-1, 1]$ ۲) $[-\sqrt{2}, \sqrt{2}]$

۳) $[-\sqrt{2}, 1]$ ۴) $[-1, \sqrt{2}]$

۶۰۳ـ تابع $y = \frac{x + 1}{x - |x|}$ در کدامیک از فاصله های زیر متصل است:

۱) $x \geq 1$ ۲) $0 \leq x \leq 1$

۳) $x < 0$ ۴) $-1 \leq x \leq 1$

۶۰۴ـ تابع $y = \frac{x + 2}{1 - \sqrt{1 - x^2}}$ در کدامیک از فاصله های زیر معین است؟

۱) $-1 \leq x \leq 1$ ۲) $x \geq 1\ ,\ x \leq -1$

۳) $0 < x \leq 1$ ۴) $x \neq \pm 1$

۶۰۵ـ تابع $f(x) = \sqrt{1 - \sqrt{1 - x}}$ در نقطه $x = 0$، دارای یک نقطه:

۱) مینیمم است. ۲) ماکزیمم است. ۳) عطف است. ۴) بازگشت است.

۶۰۶ـ تابع $f(x) = \text{Arc Sin } \frac{1}{x}$

۱) نقطه ناپیوستگی ندارد. ۲) همواره ناپیوسته است.

۳) فقط $x = 0$ نقطه ناپیوستگی است. ۴) در دو نقطه ناپیوسته است.

۶۰۷ـ دیفرانسیل تابع $y = \text{Cos}^2 \frac{1}{x}$ کدام است؟

۱) $\frac{-\text{Sin}2x}{x^2}$ ۲) $\frac{\text{Sin}2/x}{x^2}\,dx$ ۳) $\frac{-\text{Sin}2x}{2x^2}$ ۴) $\frac{\text{Sin}2x}{2x^2}\,dx$

۶۰۸ـ حاصل $\int_{-1}^{1} |x + 1|\,dx$ برابر است با:

۱) 1 ۲) 2 ۳) 3 ۴) هیچکدام

۶۰۹ـ مقدار $\lim_{x \to 2} (\frac{x^2 - 4}{x^2 + 2})^{[x+1]} (-1)$ برابر است با

۱) 1 ۲) 2 ۳) 3 ۴) 0

۶۱۰ـ اگر تابع $f(x) = \begin{cases} ax^2 + 1 & x > 1 \\ x + b & x \le 1 \end{cases}$ در نقطهٔ $x_0=1$ مشتق داشته باشد در اینصورت:

۱) $a = b$ ۲) $a > b$ ۳) $a < b$ ۴) هیچکدام

۶۱۱ـ در تابع $y = (x^2 - 1)(x - 1)$ ، $x = 1$ طول نقطه ...

۱) عطف است. ۲) مینیمم است. ۳) ماکزیمم است. ۴) انفصال است.

۶۱۲ـ اگر خط $y = 2$ یکی از مجانب های تابع زیر باشد abc برابرکدام است؟

$$y = \frac{(a - 2)x^3 + (a + b)x^2 + 2x + 1}{cx - 1}$$

۱) -4 ۲) -1 ۳) 1 ۴) 4

۶۱۳ـ تابع اولیه $\frac{(x^2 - 1)^2}{(x + 1)^6}$ کدام است؟

۱) $\frac{1}{6}(\frac{x - 1}{(x + 1)^3}) + c$ ۲) $\frac{1}{6}(\frac{x}{(x + 1)^3}) + c$

۳) $\frac{1}{6}(\frac{1}{(x + 1)^8}) + c$ ۴) $\frac{1}{6}(\frac{x - 1}{x + 1})^3 + c$

۶۱۴ـ یک طاق از منحنی $y = Cos2x$ حول محور طولها دوران می‌کند حجم حاصل برابر است با:

۱) $\frac{\pi^2}{4}$ ۲) $\frac{3\pi}{4}$ ۳) $\frac{2\pi^2}{3}$ ۴) $\frac{2\pi}{3}$

۶۱۵ـ مشتق تابع $g(x) = x\,|x|$ کدام است؟

۱) $2x$ ۲) $-2x$ ۳) $2\,|x|$ ۴) $|x|$

۶۱۶ـ منحنی $y = xCosx$ در مبداء مختصات بر کدامیک از خطهای زیر مماس است؟

۱) نیمساز ربع اول ۲) نیمساز ربع دوم

۳) محور xها ۴) محور yها

۶۱۷ـ ضریب زاویه قائم بر منحنی $2y = 1 + xy^3$ در نقطه ای به عرض ۱ برابر است با:

۱) 2 ۲) $-\frac{1}{2}$ ۳) 1 ۴) -1

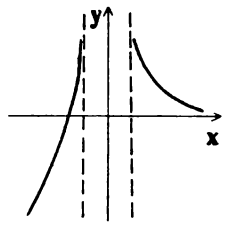
۶۱۸ـ منحنی نمایش تابع $y = 1 + \sqrt{x}$ کدام است؟

۱) یک سهمی است. ۲) یک بیضی است.

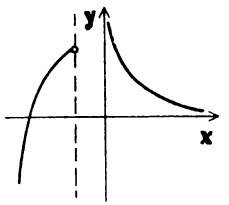
۳) قسمتی از یک سهمی است. ۴) قسمتی از یک بیضی است.

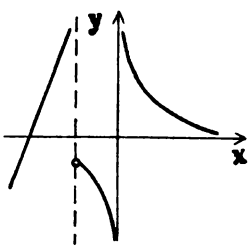
۶۱۹ـ منحنی نمایش تابع $f(x) = \begin{cases} 2x + 5 & x < -1 \\ \frac{1}{x} & x \geq -1 \end{cases}$ کدامست؟

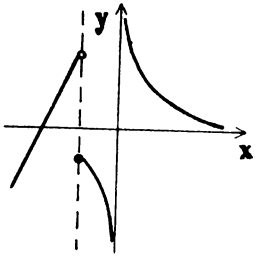
۱)



۲)



۳) 

۴) 

۶۲۰ـ منحنی کدامیک از روابط زیر مرکز تقارن دارد

۱) $y = x^3 + x$ ۲) $y = \sqrt{x+1} + \sqrt{1-x}$

۳) $y = x \pm \sqrt{x}$ ۴) $y = \sqrt{x+2} + \sqrt{2-x}$

۶۲۱ـ بین مستطیلهایی که مساحت آنها ۴ باشد مینیمم محیط کدام است؟

۱) 10 ۲) 8 ۳) 6 ۴) 4

۶۲۲ـ فاصله نزدیکترین نقطه روی سهمی $y = x^2$ از خط $x - y = 1$ برابر است با:

۱) $\frac{5\sqrt{2}}{4}$ ۲) $\frac{5\sqrt{2}}{8}$ ۳) $\frac{3\sqrt{2}}{4}$ ۴) $\frac{3\sqrt{2}}{8}$

۶۲۳ـ دورهٔ تناوب تابع $y = \text{Sin}(\text{Cos}x)$ کدام است؟

۱) π ۲) 2π ۳) 2 ۴) دوره تناوب ندارد.

۶۲۴ـ دورهٔ تناوب تابع $y = \frac{\text{Cos}(3\pi/4 - 2x) - \text{Sin}x}{3\,\text{Sin}2x - 1}$ برابر است با:

۱) π ۲) 2π ۳) $\frac{5\pi}{2}$ ۴) دورهٔ تناوب ندارد.

۶۲۵ـ سطح محصور بین منحنیهای $y - x^2 = 0$ و $y^3 = x^2$ کدام است؟

۱) $\frac{1}{15}$ ۲) $\frac{4}{15}$ ۳) $\frac{4}{3}$ ۴) $\frac{8}{3}$

۶۲۶ـ کدامیک از تابعهای زیر در دامنه تعریفشان معکوس پذیرند؟

۱) $y = \sqrt{x-1} + \sqrt{2-x}$ ۲) $y = |x^3|$

۳) $y = 2x - \sqrt{x}$ ۴) $y = x - \sqrt{x^2 + 4}$

۶۲۷ـ کدامیک از توابع زیر فرد است؟

۱) $f(x) = x^3 \, Sin^5 \frac{x}{5}$ ۲) $f(x) = |x + 1| + |x - 1|$

۳) $f(x) = x^2 + |x|$ ۴) $f(x) = \sqrt{x^2 - 2x} - \sqrt{x^2 + 2x}$

۶۲۸ـ برد تابع $y = Sin^2x - Sinx$ کدام است؟

۱) $[-2, 2]$ ۲) $[-\frac{1}{4}, 1]$ ۳) $[-\frac{1}{4}, 2]$ ۴) $]-2, -\frac{1}{4}]$

۶۲۹ـ در تابع $y = \frac{x^2 + (a + b - 2)x + 2}{x + a}$ به ازاءِ کدام مقادیر a و b نقطه $\circ \Big|_{0}^{-2}$ مرکز تقارن منحنی تابع است؟

۱) $\begin{cases} a = -2 \\ b = 4 \end{cases}$ ۲) $\begin{cases} a = 2 \\ b = 4 \end{cases}$

۳) $\begin{cases} a = -2 \\ b = -4 \end{cases}$ ۴) $\begin{cases} a = 2 \\ b = -4 \end{cases}$

۶۳۰ـ در منحنی مکان نقطه $\begin{cases} x = \frac{t^2}{t + 1} \\ y = \frac{2t}{t - 1} \end{cases}$ M معادله مجانب قائم کدام است؟

۱) $x = 1$ ۲) $x = 2$ ۳) $x = \frac{1}{2}$ ۴) $x = -\frac{1}{2}$

۶۳۱ـ منحنی تابع $y = \frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{x + 1}}$ چه مجانبهائی دارد؟

۱) یک قائم ۲) یک قائم و یک افقی

۳) دو قائم ۴) دو قائم و یک افقی

۶۳۲ـ در تابع $y = \sqrt[3]{x \, (x - 1)^2}$ نقطه $x = 1$ طول چه نقطه ای است؟

۱) اکسترمم ۲) عطف ۳) بازگشت ۴) ساده

۶۳۳ـ مشتق تابع $y = f(\sqrt[4]{x^3})$ نسبت به x کدامست؟

۱) $\frac{3x^2}{4\sqrt[4]{x^3}} f'(\sqrt[4]{x^3})$ ۲) $\frac{3x^2}{4\sqrt[4]{x}} f'(\sqrt[4]{x^3})$

۳) $\frac{3}{4\sqrt[4]{x}} f'(\sqrt[4]{x^3})$ ۴) $\frac{3}{4\sqrt[4]{x^3}} f'(\sqrt[4]{x^3})$

۶۳۴ـ مشتق $y = Cos3x + Sin^2x$ نسبت به متغیر Cosx کدام است؟

۱) $3\ Sin3x + 2Sinx\ Cosx$ ۲) $12\ Cos^2x - 2Cosx - 3$

۳) $3\ Sin3x + Cos^2x$ ۴) $12\ Cos^2x + 2Cosx - 3$

۶۳۵ـ اگر $y = (\sqrt{x^2 + 1} + x)^{20}$ و $g = (\sqrt{x^2 + 1} - x)^{-20}$ باشد آنگاه ؟ $= y'.g - g'.y$ برابر است با:

۱) 1 ۲) 0 ۳) 2 ۴) $2x^2$

۶۳۶ـ حدّ تابع $y = \frac{\overbrace{Sin\ Sin\ Sin\ ....\ Sin}^{n\ \text{مرتبه}}\ x}{(n - 1)\ x}$ وقتی $x \to 0$ برابر است با:

۱) 0 ۲) n ۳) $\frac{1}{n}$ ۴) $\frac{1}{n - 1}$

۶۳۷ـ حدّ عبارت $\frac{x^8 + (x + 1)^8 + (x + 2)^8 + ... + (x + 20)^8}{x^8 + 20^8}$ وقتی $x \to +\infty$ برابر است با:

۱) 1 ۲) 20 ۳) 21 ۴) 19

۶۳۸ـ اگر $f(x) = \begin{cases} 4 & x \geq 1 \\ 1 & x < 1 \end{cases}$ باشد حدّ f(x) وقتی $x \to 0$ برابر است با:

۱) f(2) ۲) $f(\frac{\sqrt{3}}{2})$ ۳) $f(\frac{3}{2})$ ۴) $f(\frac{5}{2})$

۶۳۹ـ حدّ $x^2\ (1 - Cos\ \frac{1}{x})$ وقتی $x \to +\infty$ برابر است با:

۱) 1　　۲) صفر　　۳) $\frac{1}{2}$　　۴) 2

۶۴۰ ـ حدّ $\frac{(1 + 6x)^7 - (1 + 7x)^6}{x^2}$ وقتی $x \to 0$ برابر است با:

۱) -21　　۲) 21　　۳) 42　　۴) 7

۶۴۱ ـ در تابع $y = \sqrt{x^3 - 3x}$ ، $x = \sqrt{3}$ طول نقطه:

۱) Max یا Min است.　　۲) عطف است.

۳) بازگشت است.　　۴) Meplat است.

۶۴۲ ـ تابع $f(x) = \sqrt{1 - \sqrt{1 - x^4}}$ در نقطه $x = 0$:

۱) مینیمم است.　　۲) ماکزیمم است.

۳) عطف است.　　۴) بازگشت است.

۶۴۳ ـ چند نقطه روی منحنی تابع $y = \frac{x^4}{4} - \frac{3}{2}x^2 + 2x - 1$ یافت می شود که مماس در آن نقاط موازی محور xهاست؟

۱) یک　　۲) دو　　۳) سه　　۴) هیچ

۶۴۴ ـ حاصل $\int \frac{xdx}{1 + x^4}$ کدام است؟

۱) $Arc\ tgx^2 + c$　　۲) $\frac{1}{2} Arc\ tgx^2 + c$

۳) $2Arc\ tgx^2 + c$　　۴) $-2Arc\ tgx^2 + c$

۶۴۵ ـ حاصل $\int_0^{\pi/2} [x]\ Sinxdx$ کدام است؟

۱) $1 + Sin1$　　۲) $1 - Sin1$　　۳) $Cos1$　　۴) $1 - Cos1$

۶۴۶ ـ حاصل $\int_{-1}^{1} (x + |x|)\ dx$ کدام است؟

۱) 3　　۲) 1　　۳) $\frac{3}{2}$　　۴) $\frac{1}{2}$

۶۴۷ـ در ظرف کره ای شکل بشعاع R تا ارتفاع $\frac{3R}{2}$ آب ریخته ایم حجم آب چقدر است؟

۱) $\frac{9\pi R^3}{8}$ ۲) $\frac{8\pi R^3}{7}$ ۳) $\frac{7\pi R^3}{6}$ ۴) $\frac{6\pi R^3}{5}$

۶۴۸ـ سطح محصور بین منحنیهای $y = Sinx$ و $y = Cosx$ را در فاصله $[\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{4}]$ حول محور xها دوران داده ایم، حجم حادث چقدر است؟

۱) 1 ۲) $\frac{\pi}{2}$ ۳) π ۴) $\frac{\pi}{4}$

۶۴۹ـ تابع $f(x) = \frac{\sqrt{2}-1}{(x-1)^4} + \frac{\sqrt{2}-1}{(x+1)^4}$ تابعی:

۱) فرد است. ۲) زوج است.

۳) هم فرد و هم زوج است. ۴) نه فرد و نه زوج است.

۶۵۰ـ اگر f تابعی فرد و g تابعی فرد باشد آنگاه fog و gof چگونه است؟

۱) هردو فردند. ۲) هردو زوجند.

۳) هردو نه فرد و نه زوجند. ۴) هم فردند و هم زوج.

۶۵۱ـ دامنهٔ تعریف تابع $f(x) = \sqrt{2Sinx - 1}$ کدامست؟

۱) $2k\pi + \frac{\pi}{6}$ ۲) $2k\pi + [\frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}]$

۳) $k\pi + [\frac{\pi}{6}, \frac{7\pi}{6}]$ ۴) $k\pi + [\frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}]$

۶۵۲ـ مجموعه برد تابع $y = \frac{2x}{1+x^2}$ کدامست؟

۱) $[-1, 1]$ ۲) $[-2, 2]$

۳) $]-\infty, -2] \cup [2, +\infty[$ ۴) $(-1, 1)$

۶۵۳ـ مرکز تقارن منحنی $y = \frac{x^2 - 4x + 4}{x - 1}$ کدامست؟

۱) $(1, -2)$ ۲) $(1, 2)$ ۳) $(-1, 2)$ ۴) $(-1, -2)$

۶۵۴ـ منحنی به معادله $y^3x^2 + 3yx^2 + 3yx + 12x^3 - y^3 - 12 = 0$ چه مجانب هائی دارد؟

۱) یک قائم ۲) دو قائم ۳) یک افقی ۴) دو افقی

۶۵۵ـ در تابع $y = \frac{x^2 + 5}{x^2 + ax + b}$ به ازاءِ کدام مقادیر a و b منحنی این تابع فقط یک مجانب قائم به معادله $x = 1$ دارد؟

۱) $\begin{cases} a = -1 \\ b = 0 \end{cases}$ ۲) $\begin{cases} a = -2 \\ b = 1 \end{cases}$

۳) $\begin{cases} a = 1 \\ b = -2 \end{cases}$ ۴) $\begin{cases} a = 0 \\ b = -1 \end{cases}$

۶۵۶ـ در تابع $y = \sqrt[3]{1 - x^2}$ نقاطی بطولهای ۱ و ۱ـ طول چه نقطه‌ای است؟

۱) ساده ۲) عطف ۳) بازگشت ۴) Max یا Min

۶۵۷ـ مشتق $y = f(f(f(x^2)))$ نسبت به x کدامست؟

۱) $2xf'(f(f(x^2)))$ ۲) $2xf'(x^2)f'(f(x^2))$

۳) $2xf'(f'(x^2))$ ۴) $2xf'(x^2)f(f(x^2))$

۶۵۸ـ مشتق تابع $y = 8x^{12} + 12x^8$ نسبت به متغیر x^4 کدام است؟

۱) $24x^4(x^4 + 1)$ ۲) $24(x^7 + 1)$

۳) $96x^{11} + 96x^7$ ۴) $96(x^7 + 1)$

۶۵۹ـ حدّ تابع $y = \sqrt{x^2 - 6x} - |x|$ وقتی $x \to +\infty$ برابر است با:

۱) 3 ۲) 3- ۳) $+\infty$ ۴) 0

۶۶۰ـ حدّ تابع $y = [x + \sin x]$ وقتی $x \to \pi/6$ برابر است با:

۱) 0 ۲) 1 ۳) $\frac{3 + \pi}{6}$ ۴) 1-

۶۶۱ـ حدّ تابع $y = \frac{\text{Arc Sin } (x^3 - 3x + 2)}{(x - 1)^2}$ وقتی $x \to 1$ برابر است با:

۱) 2 ۲) -1 ۳) 3 ۴) $\frac{1}{4}$

۶۶۲ـ حدّ تابع $\frac{\sqrt[n]{1 + ax} - \sqrt[m]{1 + bx}}{(a + b)x}$ وقتی $x \to 0$ و m و n اعدادی طبیعی و بزرگتر از یک باشند برابر است با:

۱) $\frac{a}{n} - \frac{b}{m}$ ۲) $\frac{ma - nb}{mn (a + b)}$

۳) 1 ۴) 0

۶۶۳ـ مرکز تقارن منحنی تابع $y = \frac{x^2 - 4x + 4}{x}$ روی کدام دسته خطوط زیر است؟

۱) $\begin{cases} x = 0 \\ y = x + 1 \\ y = 2x + 4 \end{cases}$ ۲) $\begin{cases} x = 0 \\ y = x - 4 \\ y = 2x + 4 \end{cases}$

۳) $\begin{cases} x = 0 \\ y = x \\ y = 2x - 4 \end{cases}$ ۴) $\begin{cases} x = 0 \\ y = x - 4 \\ y = 2x - 4 \end{cases}$

۶۶۴ـ در تابع $y = (x - 1)^5$، $x = 1$ طول نقطه:

۱) Max است. ۲) Min است. ۳) عطف است. ۴) بازگشت است.

۶۶۵ـ معادله مکان هندسی نقطه مینیمم منحنی تابع $y = x^2 - 4mx + 5$ وقتی m تغییر می‌کند کدام است؟

۱) $y = x^2 - 5$ ۲) $y = 2x^2 - 5$

۳) $y = -x^2 + 5$ ۴) $y = -2x^2 + 5$

۶۶۶ـ در تابع $y = \sqrt[3]{x(x - 1)^2}$، $x = 1$ طول نقطه:

۱) Max یا Min است.
۲) عطف است.
۳) بازگشت است.
۴) meplat است.

۶۶۷ـ از رابطهٔ $x = \text{Arc tg}\,(x + y)$ مشتق تابع y برابرست با:

۱) $\frac{1}{1 + (x + y)^2}$
۲) $1 + \text{tg}^2 x$
۳) $2 + \text{tg}^2 x$
۴) $(x + y)^2$

۶۶۸ـ تابع $f(x) = \sqrt{x^2 - 4x + 3}$ در نقطه $x_0 = 1$:

۱) مشتق پذیر است.
۲) فقط مشتق راست دارد.
۳) فقط مشتق چپ دارد.
۴) نه مشتق راست دارد و نه مشتق چپ.

۶۶۹ـ منحنی تابع $y = \frac{x^4}{4} + \frac{3}{2}x^2 + x$

۱) فقط یک Max دارد.
۲) فقط یک Min دارد.
۳) یک Max و دو Min دارد.
۴) یک Min و دو ماکزیمم دارد.

۶۷۰ـ حاصل $\int \text{Sin}\,\frac{1}{x}\,\frac{dx}{x^2}$ کدام است؟

۱) $\text{Cos}\,\frac{1}{x} + c$
۲) $\text{Sin}\,\frac{1}{x} + c$
۳) $-\text{Cos}\,\frac{1}{x} + c$
۴) $\frac{1}{x} - \text{Cos}\,\frac{1}{x} + c$

۶۷۱ـ حاصل $\int \text{Sec}^4 x\,dx$ کدام است؟

۱) $\text{tanx} - \frac{1}{3}\text{tg}^3 x + c$
۲) $\text{tanx} + \frac{1}{3}\text{tg}^3 x + c$
۳) $\text{tanx} - \frac{1}{4}\text{tg}^3 x + c$
۴) $\text{tanx} + \frac{1}{4}\text{tg}^4 x + c$

۶۷۲ـ حاصل $\int \frac{dx}{\sqrt{x - x^2}}$ کدام است؟ $(0 < x < 1)$

۱) $2\text{Arc Sin}\,\sqrt{x} + c$
۲) $2\text{Arc Cos}\,\sqrt{x} + c$

۳) $2\text{Arc Sin}\,\frac{1}{x} + c$ ۴) $2\text{Arc Cos}\,\frac{1}{x} + c$

۶۷۳ ـ حاصل $\int_{-2}^{5} |x - 3|\,dx$ کدامست؟

۱) $\frac{25}{2}$ ۲) $\frac{21}{2}$ ۳) $\frac{29}{2}$ ۴) $\frac{5}{2}$

۶۷۴ ـ حاصل $\int \frac{(x+1)^4\,dx}{(x-1)^6}$ کدامست؟

۱) $\frac{1}{10}\left(\frac{x+1}{x-1}\right)^5 + c$ ۲) $-\frac{1}{10}\left(\frac{x+1}{x-1}\right)^5 + c$

۳) $\frac{1}{5}\left(\frac{x+1}{x-1}\right)^5 + c$ ۴) هیچکدام

۶۷۵ ـ حدّ سطح محصور بین منحنی $y = x + \frac{1}{x^2}$ و مجانب مایل آن در فاصله $[a\ ,\ 2]$ وقتی $a \to +\infty$ کدامست؟

۱) 1 ۲) 2 ۳) $\frac{1}{2}$ ۴) $\frac{1}{4}$

۶۷۶ ـ سطح محصور بین منحنی $y = \sqrt{4 - x^2}$ و محور xها برابر است با:

۱) 2π ۲) π ۳) $4\pi\sqrt{2}$ ۴) $\frac{\pi\sqrt{2}}{2}$

۶۷۷ ـ اگر $F(x)$ یکی از توابع اولیه $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$ باشد آنگاه $F(3)-F(0)$ کدامست؟

۱) $\frac{1}{4}$ ۲) $\frac{3}{4}$ ۳) -1 ۴) $\sqrt{10} - 1$

۶۷۸ ـ اگر $f\left(\frac{2x+1}{2x-1}\right) = x^2 + 3x$ باشد حاصل $\lim_{x \to 3} f(x)$ کدام است؟

۱) 18 ۲) 4 ۳) 9 ۴) 6

۶۷۹ ـ اگر f تابعی از R به R بوده و $|f| < 10$ بعلاوه f در هیچ نقطه ای دارای حدّ نباشد تابع $g(x) = (x^3 - x)\,f(x)$ دقیقاً در چند نقطه دارای حدّ حقیقی است؟

۱) 1 ۲) 2 ۳) 3 ۴) هیچ

۶۸۰ـ تابع $f(x) = (a^3 - 3a + 1)[x] + [x + 2]$ به ازاء چند مقدار a در $x = 0$ دارای حدّ است؟

۱) سه مقدار ۲) دو مقدار ۳) یک مقدار ۴) هیچ مقدار

۶۸۱ـ اگر خط $y = 5x - 1$ در نقطه $A|_{-1}^{0}$ بر منحنی تابع f مماس باشد، آنگاه معادله مماس بر منحنی تابع معکوس در نقطه A' متناظر نقطه A کدامست؟

۱) $y = \frac{1}{5}x + \frac{1}{5}$ ۲) $y = \frac{1}{5}x - \frac{1}{5}$

۳) $y = 5x - 1$ ۴) $y = 5x + 1$

۶۸۲ـ رابطه $y^3 + y = x^3 + x$ از R به R:

۱) تابعی از x به y است. ۲) تابعی از y به x است.

۳) تابعی مشتق پذیر است. ۴) هرسه مورد درست است.

۶۸۳ـ دامنهٔ تعریف تابع $y = \frac{|x - 2|}{[x] - 2}$ کدامست؟

۱) R ۲) $[2, 3[$ ۳) $R - \{2\}$ ۴) $R - [2, 3[$

۶۸۴ـ منحنی تابع $y = \frac{2}{x^2 + 3}$ خط نیمساز ربع اول و سوم را در:

۱) مبدأ مختصات قطع می‌کند. ۲) در ربع سوم قطع می‌کند.

۳) در ربع اول قطع می‌کند. ۴) قطع نمی‌کند.

۶۸۵ـ مینیمم تابع $y = x^8 - 6x^4 + 1$ کدامست؟

۱) $-\infty$ ۲) 1 ۳) -8 ۴) -9

۶۸۶ـ حاصل $\lim_{x \to +\infty} (x^2 - \sqrt{x^4 - x^2 + 1})$ برابر است با:

۱) صفر ۲) $+\infty$ ۳) $\frac{1}{2}$ ۴) $-\frac{1}{2}$

۶۸۷ـ معادله مجانب افقی منحنی $y = x \sin \frac{1}{x^2 + 4}$ کدامست؟

۱) $y = 1$ ۲) $y = 0$

۳) $y = -1$ ۴) منحنی مجانب افقی ندارد.

۶۸۸ـ در تابع $y = \frac{x^2 - 4x + 7}{x^2 + mx + 4}$ به ازاءِ چه مقدار m منحنی این تابع فقط یک مجانب قائم دارد؟

۱) $m = 0$ ۲) $m = \pm 2$

۳) $m = \pm 4$ ۴) $m = \pm \sqrt{2}$

۶۸۹ـ به ازاءِ کدام مقادیر a و b وقتی $x \to -\infty$ منحنی تابع $y = ax + b + \sqrt{x^2 - 4x + 7}$ دارای مجانب مایل $y = 2x - 5$ است؟

۱) $\begin{cases} a = -1 \\ b = 0 \end{cases}$ ۲) $\begin{cases} a = -2 \\ b = -5 \end{cases}$

۳) $\begin{cases} a = 2 \\ b = -5 \end{cases}$ ۴) $\begin{cases} a = 3 \\ b = -7 \end{cases}$

۶۹۰ـ حاصل $\lim\limits_{x \to \pm\infty} \frac{[x]}{x}$ برابر است با:

۱) 1 ۲) $\pm\infty$ ۳) صفر ۴) $\frac{1}{2}$

۶۹۱ـ حدّ تابع $y = x \sin \frac{1 - x}{x^2 + 1}$ وقتی $x \to \infty$ برابر است با:

۱) 1 ۲) -1 ۳) 0 ۴) ∞

۶۹۲ـ حدّ تابع $y = [x] + [\sin x]$ وقتی $x \to \frac{\pi}{6}$ برابر است با:

۱) $\frac{3 + \pi}{6}$ ۲) $\frac{3 - \pi}{6}$ ۳) 0 ۴) 1

۶۹۳ـ حدّ تابع $f(x) = \text{Cos}\ (x\text{tg}\ \frac{\pi}{2x})$ وقتی $x \to \infty$ برابر است با:

۱) 1 ۲) 0 ۳) -1 ۴) حدّ ندارد.

۶۹۴ـ منحنی تابع $y = a(x - 1)^2 + 4x$ به ازاءِ مقادیر مختلف a برچند خط ثابت مماس است؟

۱) یک ۲) دو ۳) سه ۴) هیچ

۶۹۵ـ سطح محصور بین منحنی $y^2 = 4x$ و خط $x = 4$ برابر است با:

۱) $\frac{63}{4}$ ۲) $\frac{32}{3}$ ۳) $\frac{43}{6}$ ۴) $\frac{64}{3}$

۶۹۶ـ اگر تابع $f : R \to R$ تابعی فرد و تابع $g : R \to R$ زوج باشد در اینصورت کدام درست است؟

۱) fog فرد و gof زوج است. ۲) fog زوج و gof فرد است.

۳) fog و gof هردو فردند. ۴) fog و gof هردو زوجند.

۶۹۷ـ اگر $f(x) = 1$ و $g(x) = \frac{x}{x^2 + 1}$ باشد $(fog)(x)$ برابر است با:

۱) $\frac{1}{2}$ ۲) 1 ۳) $\frac{1}{x}$ ۴) $\frac{x}{x^2 + 1}$

۶۹۸ـ تابع $f(x) = \frac{1}{3}\sqrt{9 - x^2}$ مفروض است دامنهٔ تابع $y = f(\frac{x}{3})$ کدام است؟

۱) [-3 , 3] ۲) [-1 , 1] ۳) [-9 , 9] ۴) [0 , 3]

۶۹۹ـ دامنهٔ تابع $f(x) = \text{Arc Cos}\ \sqrt{x}$ کدام است؟

۱) [0 , 1] ۲) R ۳) $|x| \leq 1$ ۴) $x > 1$

۷۰۰ـ حاصل $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{\sqrt{4x - \sqrt{3x}}}{2\sqrt{3x}}$ کدام است؟

۱) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ ۲) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ۳) $\frac{\sqrt{2}}{3}$ ۴) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

۷۰۱ـ دورهٔ تناوب تابع با ضابطه $f(x) = (-1)^{[x]}(x - [x])$ کدام است؟

۱) 1 ۲) 2 ۳) $\frac{1}{2}$ ۴) متناوب نیست.

۷۰۲ـ حاصل $\lim_{x \to +\infty} \frac{x - \sin x}{x}$ برابر است با:

۱) 1 ۲) صفر ۳) ∞ ۴) وجود ندارد.

۷۰۳ـ حاصل $\lim_{x \to +\infty} \frac{x - [x]}{x}$ برابر است با:

۱) 1 ۲) $+\infty$ ۳) صفر ۴) وجود ندارد.

۷۰۴ـ اگر دامنه تابع $y = \sin(x - \frac{\pi}{4})$ را فاصلهٔ $[\frac{5\pi}{12}, \frac{13\pi}{12}]$ بگیریم برد این تابع کدام است؟

۱) $]\frac{1}{2}, 1[$ ۲) $]\frac{1}{2}, \frac{1}{2}[$

۳) $]-1, 1[$ ۴) $[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}]$

۷۰۵ـ اگر $f(x) = \frac{1}{1 - x}$ باشد دامنهٔ fof کدام است؟

۱) R ۲) $R - \{1\}$

۳) $R - \{1, 0\}$ ۴) $R - \{1, -1\}$

۷۰۶ـ دورهٔ تناوب تابع $f(x) = \sin x + \operatorname{tg}\frac{x}{2} - \cos\frac{2x}{3}$ کدام است؟

۱) π ۲) 2π ۳) 3π ۴) 6π

۷۰۷ـ تابع $y = \sqrt{2 - \sqrt{x - 1}}$ در چه فاصله ای معین است؟

۱) $[2, 6]$ ۲) $[-1, 6]$

۳) $[0, 4]$ ۴) $[1, 5]$

۷۰۸ـ کدام یک از توابع زیر زوج است؟

۱) $x^2 \text{Cosx} + x$ ۲) $x^2 - \text{tgx}$

۳) $\text{Cos}^2x - \text{tgxSinx}$ ۴) $\text{Sinx} + x$

۷۰۹ـ برد تابع $f(x) = \sqrt{x - |x|}$ کدام است؟

۱) ϕ ۲) $\{x \mid x \geq 0\}$

۳) $\{x \mid x < 0\}$ ۴) $\{0\}$

۷۱۰ـ منحنی نمایش تابع $y = x^4 + 3x^3$ در نزدیکی $x = 2$ و به ازاء مقادیر کمتر و بیشتر از آن بترتیب:

۱) صعودی و صعودی است. ۲) صعودی و نزولی است.

۳) نزولی و صعودی است. ۴) نزولی و نزولی است.

۷۱۱ـ فرض کنید f تابعی از یک خط مثلثاتی است و داریم $f(x) = f(x + \frac{\pi}{2})$

در نتیجه $f(x)$ تابعی از کدام یک از عبارتهای زیر می تواند باشد؟

۱) $\text{Sin}\frac{x}{2}$ ۲) $\text{tg}\frac{x}{2}$ ۳) $\text{Sin } 2x$ ۴) $\text{tg}2x$

۷۱۲ـ اگر $f(x) = \text{Arc Cos (logx)}$ و $g(x) = \frac{1}{x}$ باشد $f(g(10))$ کدام است؟

۱) -1 ۲) 1 ۳) $\frac{\pi}{2}$ ۴) π

۷۱۳ـ دامنه تعریف تابع $f(x) = \sqrt{\text{Log}\frac{5x - x^2}{4}}$ کدام است؟

۱) $1 < x < 4$ ۲) $0 < x < 5$

۳) $1 \leq x \leq 4$ ۴) $0 \leq x \leq 5$

۷۱۴ـ اگر $f(x) = 4x^2 - 1$ و $g(x) = \sqrt{1 - x^2}$ باشد دامنهٔ تعریف

gof (x) کدام است؟

۱) $[-1 , 1]$ ۲) $[-\sqrt{2} , \sqrt{2}]$

۳) ϕ ۴) $[-\frac{\sqrt{2}}{2} , \frac{\sqrt{2}}{2}]$

۷۱۵ـ دوره تناوب تابع $f(x) = [2x] + [3x] - 5x$ کدام است؟

۱) 1 ۲) $\frac{1}{2}$ ۳) $\frac{1}{3}$ ۴) $\frac{1}{6}$

۷۱۶ـ کدامیک از رابطه های زیر در مجموعهٔ اعداد حقیقی R، تابع نیست؟

۱) $\{(x,y) : y = |x|\}$ ۲) $\{(x,y) : x = |y|\}$

۳) $\{(x,y) : y = \sqrt{x}\}$ ۴) $\{(x,y) : x = \sqrt{y}\}$

۷۱۷ـ دامنه و برد تابع $x^2 + y^2 = 16$ با محدودیت $x > 0$ و $y \geq 0$ برابر کدام گزینه است.

۱) هردو $[0,4[$ است. ۲) $D_f =]0,4[$ و $R_f = [0,4]$

۳) هردو $[0,4]$ است. ۴) $D_f =]0,4]$ و $R_f = [0,4[$

۷۱۸ـ برد تابع $f(x) = \frac{2}{1 + \sqrt{x}}$ کدام است؟

۱) $]0 , 2[$ ۲) $[0 , 2]$ ۳) $]0 , 2]$ ۴) $[0 , 2[$

۷۱۹ـ دوره تناوب $y = Cos (Cos x)$ کدام است؟

۱) 2π ۲) π ۳) $\frac{\pi}{2}$ ۴) $\frac{\pi}{4}$

۷۲۰ـ اگر $f(x)$ از درجه اول باشد $(f \circ f \circ f)(x)$ از درجه چند است؟

۱) 1 ۲) 2 ۳) 3 ۴) نمی‌توان معین کرد.

۷۲۱ـ اگر f تابع دلخواهی تعریف شده روی R باشد توابع $f(x) + f(-x)$ و $f(x) - f(-x)$ بترتیب چگونه اند؟

۱) زوج، زوج ۲) فرد، فرد ۳) زوج، فرد ۴) فرد، زوج

۷۲۲ـ اگر $f(x+2) = -f(x)$ باشد برای هر $x \in R$ در اینصورت دورهٔ تناوب تابع f کدام است؟

۱) 2 ۲) 1 ۳) 4 ۴) متناوب نیست.

۷۲۳ـ کدامیک از توابع زیر زوج است؟

۱) $tgx.ArcSinx$ ۲) $Sin\ (Arctgx)$

۳) $Sinx \cdot \frac{a^x - a^{-x}}{x}$ ۴) هرسه جواب قبلی درست است.

۷۲۴ـ دورهٔ تناوب تابع $y = |Cosx - Sinx|\ (1 + 4Sinx\ Cosx)$ کدام است؟

۱) π ۲) $\frac{\pi}{2}$ ۳) $\frac{2\pi}{3}$ ۴) $\frac{\pi}{4}$

۷۲۵ـ حدّ $\frac{x^2 + x^3}{(Arc\ Sinx)^2}$ وقتی که $x \to 0$ کدام است؟

۱) 1 ۲) 0 ۳) 2 ۴) $+\infty$

۷۲۶ـ اگر تابع f با ضابطه $f(x) = \begin{cases} \frac{x - Sinx}{x^3}, & x \neq 0 \\ a & x = 0 \end{cases}$ داده شده باشد و تابع f در $x_0 = 0$ پیوسته باشد مقدار a کدام است؟

۱) $\frac{11}{6}$ ۲) $\frac{1}{6}$ ۳) $\frac{13}{6}$ ۴) $-\frac{1}{6}$

۷۲۷ـ حدّ عبارت $y = \sqrt{x+5} - \sqrt{x-1}$ به ازای $x \to +\infty$ کدام است؟

۱) صفر ۲) $\sqrt{5}$ ۳) $\sqrt{6}$ ۴) $+\infty$

۷۲۸ـ حدّ عبارت $\frac{\sqrt{1 + tgx} - \sqrt{1 + Sinx}}{x^3}$ وقتی که $x \to 0$ کدام است؟

۱) 1 ۲) $\frac{1}{2}$ ۳) $\frac{1}{3}$ ۴) $\frac{1}{4}$

۷۲۹ـ حدّ عبارت $\frac{Sinx\ Sinx^2\ Sinx^3}{Cos\ (\pi/2 + x^6)}$ وقتی که $x \to 0$ کدام است؟

۱) صفر ۲) 1 ۳) -1 ۴) $\pm\infty$

۷۳۰ـ اگر به ازای هر x که در $|x - 2| < \alpha$ آنگاه $\left|\frac{x^2 - x}{x} - 1\right| < \beta$ در اینصورت α برحسب β کدام است؟

۱) $\alpha \leq 2\beta$ ۲) $\alpha \leq \beta$ ۳) $\alpha \geq 2\beta$ ۴) $\alpha \geq \beta$

۷۳۱ـ مقدار $\lim_{x \to 0} \frac{[x^2] + [x^4]}{[x] + 5}$ کدام است؟

۱) $\frac{1}{5}$ ۲) $\frac{1}{4}$ ۳) صفر ۴) حد ندارد

۷۳۲ـ اگر تابع های $f(x) = \text{Arc tg}2x$, $g(x) = m\,\text{Arc Sin}(x^n)$ در مجاورت صفر، بینهایت کوچک های هم ارز باشند $m + n$ کدام است؟

۱) 1 ۲) 2 ۳) 3 ۴) 4

۷۳۳ـ حدّ $\frac{\text{tg}^4 3x}{36x^4}$ به ازای $x \to 0$ کدام است؟

۱) $\frac{1}{4}$ ۲) $\frac{1}{12}$ ۳) $\frac{4}{9}$ ۴) $\frac{9}{4}$

۷۳۴ـ حدّ عبارت $\frac{\text{Arc Sin}(x^3 - a^3)}{\text{Arc tg}(x^2 - a^2)}$ وقتی که $x \to a$ کدام است؟

۱) $\frac{3}{2}$ ۲) $\frac{3}{2}a$ ۳) $\frac{3}{2}a^2$ ۴) 1

۷۳۵ـ کدامیک از توابع زیر وقتی $x \to 1$ دارای حدّ است؟

۱) $f(x) = (x^2 - 3x + 2)\,\text{Sin}\frac{1}{x - 1}$

۲) $f(x) = (x^2 - 3x + 2)\,[x]$

۳) $f(x) = \frac{(x - 1)^2}{|x - 1|}$

۴) هرسه مورد

۷۳۶ـ حاصل $\lim_{x \to 0} \frac{1 - \sqrt{\cos x}}{1 - \cos \sqrt{x}}$ کدام است؟

۱) 0 ۲) 1 ۳) $\frac{1}{2}$ ۴) 2

۷۳۷ـ حدّ عبارت $\sqrt[3]{x^3 + 3x^2} - \sqrt{x^2 + 4x + 7}$ وقتی که $x \to +\infty$ کدام است؟

۱) 1 ۲) -1 ۳) 0 ۴) $+\infty$

۷۳۸ـ تابع f بصورت $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt[3]{x + a^3} - a}{x} & x \neq 0 \\ \frac{1}{3} & x = 0 \end{cases}$ تعریف شده است. $(a \neq 0)$ اگر f در $x = 0$ پیوسته باشد a کدام است؟

۱) -1 ۲) $\pm \frac{1}{3}$ ۳) ± 1 ۴) $\frac{\sqrt{3}}{3}$

۷۳۹ـ منحنی نمایش تابع $y = x^3 - 3x^2$ در نزدیکی نقطه $x = 1$ و به ازای مقادیر کمتر و بیشتر از آن بترتیب:

۱) صعودی و صعودی است. ۲) صعودی و نزولی است.

۳) نزولی و صعودی است. ۴) نزولی و نزولی است.

۷۴۰ـ اگر $a \neq 0$ و $g(x) = f(ax)$ و $g'(0) = 2$ باشد $f'(0)$ برابر کدام است؟

۱) $-\frac{2}{a}$ ۲) $2a$ ۳) $\frac{2}{a}$ ۴) $-2a$

۷۴۱ـ به‌ازای چه مقدار m نقطه عطف منحنی $y = mx^3 - 2(m + 1)x^2$ منطبق بر مبداء مختصات است؟

۱) -4 ۲) -1 ۳) 1 ۴) 3

۷۴۲ـ تابع f با ضابطهٔ $f(x) = x^2 [x]$ ([ ] جزء صحیح است)

تعریف شده کدامیک از گزاره های زیر درست می باشد؟

۱) f در نقطه $x = 0$ مشتق چپ دارد ولی مشتق راست ندارد.

۲) f در نقطه $x = 0$ مشتق راست دارد ولی مشتق چپ ندارد.

۳) f در نقطه $x = 0$ نه مشتق چپ دارد و مشتق راست.

۴) در نقطه $x = 0$ دارای مشتق است.

۷۴۳ـ اگر $f'(x) = \frac{1}{x}$ باشد مشتق تابع $f(\frac{1}{Cosx})$ نسبت به x برابر است با:

۱) $Cotgx$ ۲) $\frac{Sinx}{Cos^2x}$ ۳) tgx ۴) $\frac{1}{Cos^2x}$

۷۴۴ـ منحنی به معادلهٔ $y = x^4 - 3x - 4$ بر کدام یک از خطوط زیر مماس است؟

۱) $y = x - 4$ ۲) $y = x - 6$ ۳) $y = x - 7$ ۴) $y = x$

۷۴۵ـ اگر $f(x) = xSin2x$ باشد حاصل $\lim_{h \to 0} \frac{f(\pi/3 + h) - f(\pi/3 - h)}{h}$

کدام است؟

۱) $\sqrt{3} - \frac{2\pi}{3}$ ۲) $\sqrt{3} + \frac{2\pi}{3}$

۳) $3 - \frac{\pi}{2}$ ۴) $3 + \frac{\pi}{2}$

۷۴۶ـ سطح کل یک مکعب مستطیل ۴۸ سانتیمتر مربع است، ماکزیمم حجم آن چقدر است؟

۱) 16 ۲) $16\sqrt{2}$ ۳) 8 ۴) $8\sqrt{2}$

۷۴۷ـ اگر $f'(x) = \frac{2}{x}$ باشد مشتق $f(x^4)$ نسبت به x کدام است؟

۱) $\frac{4}{x}$ ۲) $\frac{8}{x^2}$ ۳) $\frac{4}{x^3}$ ۴) $\frac{8}{x}$

۷۴۸ـ اگر $f(x) = 2x^2 + 5x$ باشد مشتق $f(x)$ نسبت به $3x^2$ کدام است؟

۱) $\frac{2}{3} + \frac{5}{6x}$ ۲) $\frac{4x}{3} + 5$ ۳) $\frac{4}{3} + \frac{5x}{4}$ ۴) $\frac{9}{x}$

۷۴۹ـ اگر $x^2 + y^2 = a^2$ باشد کمترین مقدار $x^4 + y^4$ کدام است؟

۱) a^4 ۲) $\frac{a^4}{2}$ ۳) $2a^4$ ۴) $\frac{a^4}{4}$

۷۵۰ـ اگر $f'(a) = 2$ و $f(a) = \frac{1}{2}$ باشد مقدار مشتق عبارت $(f(x))^2 + \frac{1}{f(x)}$ در نقطه $x = a$ چقدر است؟

۱) -4 ۲) -6 ۳) 2 ۴) 6

۷۵۱ـ مشتق تابع $\frac{1 - Sin2x}{Sinx - Cosx}$ کدام است؟

۱) $Sinx - Cosx$ ۲) $Sinx + Cosx$

۳) $\frac{1}{(Sinx - Cosx)}$ ۴) $1 - Sin^2x$

۷۵۲ـ نقطه به طول $\frac{1}{4}$ در تابع $y = (x - 5)^3$

۱) اکسترمم است. ۲) عطف است.

۳) نقطه‌ای که تقعر به سمت بالا است. ۴) نقطه‌ای که تقعر به سمت پایین است.

۷۵۳ـ مشتق تابع $f(x) = 2Sin^3(Cosx)$ در نقطهٔ $x = \frac{\pi}{2}$ کدام است؟

۱) 0 ۲) 1 ۳) -3 ۴) -6

۷۵۴ـ معادلهٔ $x^4 + 4x + m - 2 = 0$ را که در آن x مجهول و m پارامتر است درنظر می‌گیریم. اگر این معادله دارای ریشه مضاعف باشد مقدار m کدام است؟

۱) 1 ۲) 3 ۳) 5 ۴) 7

۷۵۵ـ تابع f روی R با ضابطهٔ $f(x)=\begin{cases} x^3 & x \geq 0 \\ \sqrt{|x|} & x < 0 \end{cases}$ تعریف شده است این تابع در $x = 0$

۱) فقط مشتق راست دارد.
۲) فقط مشتق چپ دارد.
۳) مشتق راست و چپ ندارد.
۴) مشتق راست و چپ دارد.

۷۵۶ـ نقطه بطول ۱ در تابع $y = \sqrt[5]{x^3 - 2x^2 + x}$ دارای کدام خاصیت زیر است؟

۱) نقطه بازگشت و مینیمم است.
۲) نقطه بازگشت و ماکزیمم است.
۳) نقطه عطف است.
۴) نقطه زاویه دار است.

۷۵۷ـ در تابع $y = x(x-1)^2(x+3)^3$ نقطه بطول $x = -3$ چه نقطه ای است؟

۱) ماکزیمم
۲) مینیمم
۳) عطف
۴) نقطهٔ عادی

۷۵۸ـ منحنی $y = \sin^5 x + \cos^5 x + 4$ در فاصلهٔ $[0, 2\pi]$ چند نقطه ماکزیمم یا مینیمم دارد؟

۱) 2
۲) 3
۳) 4
۴) 5

۷۵۹ـ کدامیک از گزاره های زیر درست است؟

۱) فاصلهٔ پیوستگی هر تابع با دامنه تعریف آن تابع برابر است.
۲) اگر یک تابع در نقطهٔ x_0 تعریف نشده باشد تابع در آن نقطه حدّ ندارد.
۳) اگر یک تابع در یک نقطهٔ x_0 پیوسته باشد تابع در آن نقطه مشتق دارد.
۴) اگر یک تابع در یک نقطهٔ x_0 پیوسته باشد تابع در این نقطه حدّ دارد.

۷۶۰ـ منحنی تابع $y = (x - 2)^3$:

۱) محور xها را در یک نقطه قطع می‌کند و بر محور xها مماس نیست.

۲) محور xها را در یک نقطه قطع می‌کند و در نقطه دیگری بر آن مماس است.

۳) محور xها را در یک نقطه قطع می‌کند و در همان نقطه بر آن مماس است.

۴) محور xها را در سه نقطه متمایز قطع می‌کند.

۷۶۱ـ نقطه $A\left(\sqrt{\frac{\pi}{2}}, 1\right)$ برای منحنی $y = \text{Sin}(x^2)$ چه نقطه ای است؟

۱) ماکزیمم ۲) مینیمم ۳) عطف ۴) عادی

۷۶۲ـ اگر $-2 < x < 2$ باشد مشتق تابع $y = \text{Sin}\left(\text{Arc Sin}\frac{x}{2}\right)$ کدام است؟

۱) 1 ۲) -1 ۳) $\frac{1}{2}$ ۴) $-\frac{1}{2}$

۷۶۳ـ مشتق تابع $y = \text{Arc tg}\frac{4 + x}{1 - 4x}$ کدام است؟

۱) $\frac{1}{(1 - 4x)^2}$ ۲) $\frac{1}{4 + x^2}$ ۳) $\frac{1}{1 + x^2}$ ۴) صفر

۷۶۴ـ با فرض $f(x) = \begin{cases} 1 - x & x \geq 1 \\ x - 1 & x < 1 \end{cases}$ حد عبارت $\frac{f(1 + t^2) - f(1)}{t^2}$ وقتی که $t \to 0$ میل می‌کند کدام است؟

۱) 1 ۲) -1 ۳) $\frac{1}{2}$ ۴) $-\frac{1}{2}$

۷۶۵ـ ضریب زاویه مماس بر منحنی به معادلات پارامتری $\begin{cases} x = t^2 + 1 \\ y = t^3 - 1 \end{cases}$

در نقطه برخورد منحنی با محور طولها کدام است؟

۱) $\frac{2}{3}$ ۲) $\frac{1}{3}$ ۳) $\frac{3}{2}$ ۴) 3

۷۶۶ـ حدّ تابع $f(h) = \frac{\text{Cos }(2x + h) - \text{Cos}2x}{h}$ وقتی که $h \to 0$ کدام است؟

۱) $\text{Sin}2x$ ۲) $-\text{Sin}2x$ ۳) $2\text{Sin}2x$ ۴) $-2\text{Sin}2x$

۷۶۷ـ تابع $f(x) = \begin{cases} x \text{ Sin } \frac{1}{x} & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$ در $x = 0$ چگونه است؟

۱) فقط مشتق راست دارد. ۲) مشتق دارد.

۳) فقط مشتق چپ دارد. ۴) نه مشتق چپ و نه مشتق راست دارد.

۷۶۸ـ اگر تابعی زوج (یا فرد) و مشتق پذیر باشد کدام گزینهٔ زیر در باره آن درست است؟

۱) مشتق تابع زوج، تابعی زوج و مشتق تابع فرد، تابعی فرد است.

۲) مشتق تابع زوج، تابعی فرد و مشتق تابع فرد، تابعی زوج است.

۳) مشتق تابع زوج و تابع فرد، تابعی زوج است.

۴) مشتق تابع زوج و تابع فرد، تابعی فرد است.

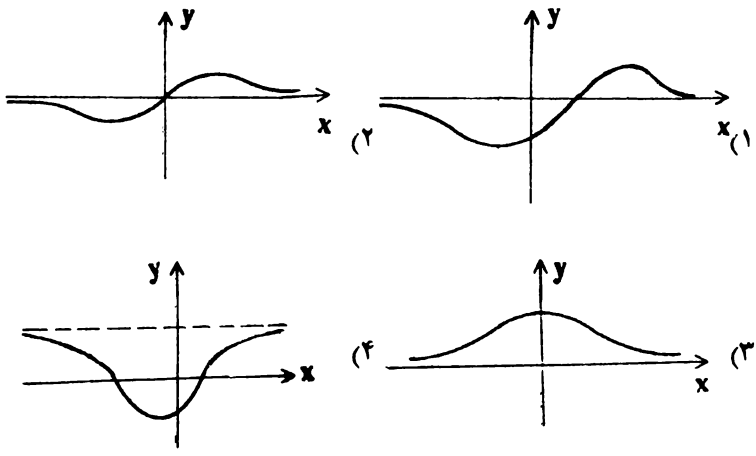
۷۶۹ـ اگر $f(x) = x(x - 1)(x - 2) \ldots (x - n)$ باشد $f'(0)$ کدام است؟

۱) $n!$ ۲) $(-1)^n n!$ ۳) $(n - 1)!$ ۴) $(-1)^n(n - 1)!$

۷۷۰ـ در دایرهٔ به شعاع ۵ سانتیمتر مستطیلی به مساحت ماکزیمم محاط کرده ایم مساحت مستطیل کدام است؟

۱) $5\sqrt{2}$ ۲) $25\sqrt{2}$ ۳) 25 ۴) 50

۷۷۱ـ منحنی تابع $y = \frac{x^2 - 2x - 1}{x^2 - 2x + 2}$ شبیه کدامیک از منحنی های زیر است؟



۷۷۲ـ مجانب های تابع $y = \sqrt[3]{x^3 - 3x^2 + 5} + \sqrt[3]{x^3 + 3x}$ کدامند؟

۱) $y = 1 , y = 2x + 1$ ۲) $y = -1 , y = x - 1$

۳) فقط $y = 2x - 1$ ۴) $y = x , y = 3x$

۷۷۳ـ منحنی تابع $y = 2x + 1 + \sqrt[4]{x^3 + x + 1}$

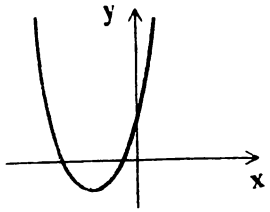
۱) دو مجانب مایل دارد. ۲) فقط یک مجانب مایل دارد.

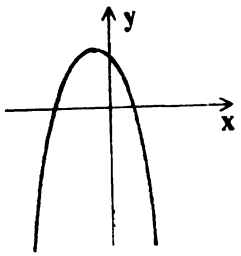
۳) مجانب ندارد. ۴) یک‌مجانب مایل ویک مجانب افقی دارد.

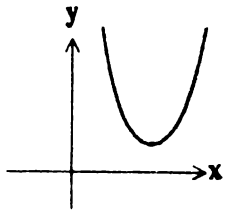
۷۷۴ـ نقطه بطول صفر در منحنی $y = \frac{|x| + 1}{x - 4}$ چه نوع نقطه ای است؟

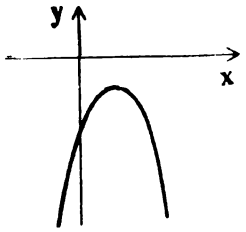
۱) عطف ۲) بازگشت ۳) زاویه دار ۴) انفصال

۷۷۵ـ با شرط $a < 0$ و $b^2 < ac$ نمودار $y = ax^2 + 2bx + c$ کدام شکل می تواند باشد؟

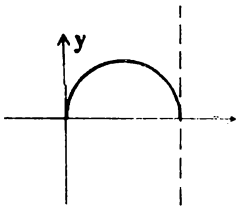
۱) 

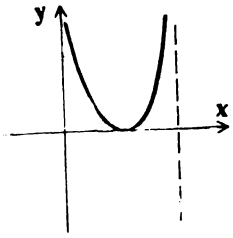
۲) 

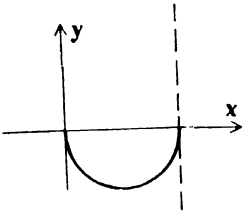
۳) 

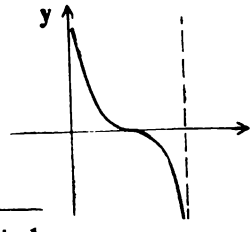
۴) 

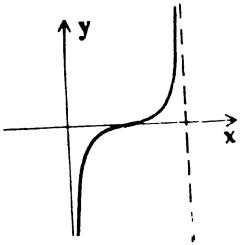
۷۷۶ـ اگر نمودار تابع f نیم دایره ای به‌صورت مقابل باشد، آنگاه نمودار تابع f' کدام است؟



۱) 

۲) 

۳) 

۴) 

۷۷۷ـ نمایش هندسی تابع $y = \frac{\sqrt{x^2+1}}{x}$ دارای چند خط مجانب است؟

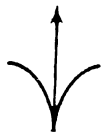
۱) 2 ۲) 1 ۳) صفر ۴) 3

۷۷۸ـ هرگاه خط $y = x + 1$ مجانب منحنی نمایش تابع $y = g(x) + x - 2$ در ناحیه اول باشد در اینصورت $\lim_{x \to +\infty} g(x)$ برابر است با:

۱) -1 ۲) 3 ۳) 1 ۴) -3

۷۷۹ـ رفتار منحنی $y = \sqrt[3]{(x-1)^2}$ در نقطهٔ A (1 , 0) چگونه است؟

۱)

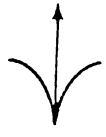
۲) 

۳)

۴)

۷۸۰ـ رفتار منحنی $y = \sqrt{(x-1)^4}$ در نقطهٔ A(1 , 0) چگونه است؟

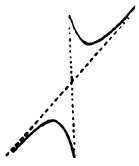
۱)

۲) 

۳)

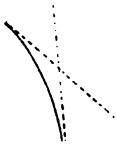
۴)

۷۸۱ـ منحنی $y = \frac{2x^2 + 3}{1 - x}$ شبیه کدامیک از منحنی های زیر است؟

۱) 

۲)

۳)

۴) 

۷۸۲ـ منحنی تابع $y = 3x + \sqrt{9x^2 + x + 1}$ دارای کدام یک از خواص زیر است؟

۱) یک مجانب قائم دارد.
۲) ۲ مجانب مایل دارد.
۳) مجانب ندارد.
۴) یک مجانب افقی ویک مجانب مایل‌دارد.

۷۸۳ـ کدام خط مجانب منحنی $y = \text{Arc Sin} \frac{x^2 - 4}{x^2 + 4}$ است؟

۱) $x = 2$
۲) $x = -2$
۳) $y = \frac{\pi}{2}$
۴) $y = -\frac{\pi}{2}$

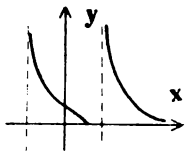
۷۸۴ـ اگر معادله مجانب مایل منحنی $x^3 + y^3 - 3xy = 0$ به صورت $y = -x + h$ باشد h برابر کدام است؟

۱) $h = -1$ ۲) $h = 1$ ۳) $h = 2$ ۴) $h = -2$

۷۸۵ـ منحنی به معادلهٔ $y = x + \frac{Sinx}{x}$ چند مجانب دارد؟

۱) هیچ ۲) 1 ۳) 2 ۴) 3

۷۸۶ـ شکل مقابل به منحنی نمایش کدامیک از تابعهای زیر شبیه است؟



۱) $y = \sqrt{\frac{x - 2}{x^2 - 1}}$ ۲) $y = \sqrt{\frac{1 - 2x}{x^2 - 1}}$

۳) $\sqrt{\frac{2x + 1}{x^2 - 1}}$ ۴) $y = \sqrt{\frac{2x-1}{x^2-1}}$

۷۸۷ـ مکان هندسی نقاطی که در $M\ (Sin\alpha + 2\ ,\ 2Cos\alpha - 1)$ صدق می‌کنند کدام است؟

۱) بیضی ۲) دایره ۳) هذلولی ۴) سهمی

۷۸۸ـ نمایش هندسی تابع $f(x) = \sqrt[3]{(x + 1)^2}$ شبیه کدامیک از اشکال زیر است؟

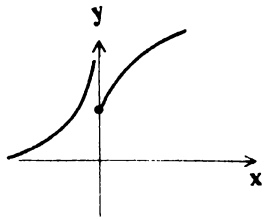
۱)

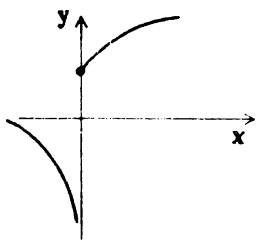
۲)

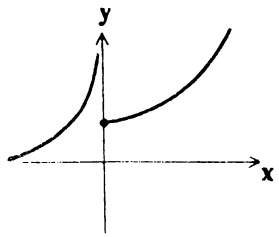
۳)

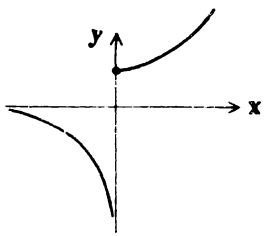
۴)

۷۸۹ـ نمودار تابع $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x+1} & x \geq 0 \\ \frac{1}{x} & x < 0 \end{cases}$ کدام است؟

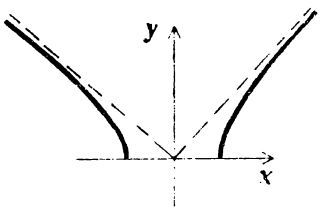
۱) 

۲) 

۳) 

۴) 

۷۹۰ـ شکل روبرو نمودار کدامیک از توابع زیر است؟



۱) $y = x + 1 - \sqrt{x^2 - 1}$

۲) $y = \pm \sqrt{x^2 - 1}$

۳) $y = x - 1 + \sqrt{x^2 - 1}$

۴) $y = \sqrt{x^2 - 1}$

۷۹۱ـ معادلهٔ $x^6 - 3x^4 + 1 = 0$ چند ریشه حقیقی دارد؟

۱) 2 ۲) 3 ۳) 4 ۴) 6

۷۹۲ـ معادلهٔ $(2x - 1)^3 - 8x + 5 = 0$ چند ریشه حقیقی دارد؟

۱) 1 ۲) 2 ۳) 3 ۴) 0

۷۹۳ـ تابع $f(x) = \frac{x^2 + 1}{x^3 + x + 1}$ در چند نقطه ناپیوسته است؟

۱) هیچ ۲) 1 ۳) 2 ۴) 3

۷۹۴ـ در معادلهٔ $x^3 + (1 - m)x + \frac{2\sqrt{3}}{9} = 0$ یکی از جوابها دوبرابر قرینهٔ دیگریست مقدار m کدامست؟

۱) $m = -2$ ۲) $m = \sqrt{3}$ ۳) $m = 2$ ۴) $m = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

۷۹۵ـ معادلهٔ $x^3 - m^2x^2 - 1 = 0$ به ازای تمام مقادیر $m \neq 0$:

۱) سه جواب حقیقی دارد. ۲) فقط یک جواب مثبت دارد.

۳) فقط یک جواب منفی دارد. ۴) یک جواب ساده و یک جواب مضاعف دارد.

۷۹۶ـ حاصل $\int x\,(x - 1)^8\,dx$ کدام است؟

۱) $\frac{1}{10}(x - 1)^{10} + c$ ۲) $\frac{1}{11}(x-1)^{11} + \frac{1}{10}(x-1)^{10} + c$

۳) $\frac{1}{9}(x - 1)^9 + c$ ۴) $\frac{1}{10}(x-1)^{10} + \frac{1}{9}(x-1)^9 + c$

۷۹۷ـ حاصل $\int \frac{\sin^2 x\,dx}{\cos^4 x}$ کدام است؟

۱) $\frac{1}{3}tg^3x + c$ ۲) $\cot gx + c$ ۳) $\frac{\sin x}{\cos^2 x}$ ۴) $\frac{\cos x}{\sin^2 x}$

۷۹۸ـ حاصل $\int_0^{1/2} \frac{dx}{(1 - x)^4}$ برابر است با:

۱) $\frac{3}{5}$ ۲) $\frac{3}{7}$ ۳) $\frac{5}{3}$ ۴) $\frac{7}{3}$

۷۹۹ـ حجم حاصل از دوران $y = \sqrt{x}\,(x^2 - 1)$ حول محور xها وقتی که $0 \leq x \leq 1$ باشد کدام است؟

۱) $\frac{\pi}{6}$ ۲) $\frac{\pi}{3}$ ۳) $\frac{\pi}{2}$ ۴) π

۸۰۰ـ اگر $\int x\,(2x^2+1)^4\,dx$ برابر $k\,(2x^2+1)^5 + c$ باشد k چقدر است؟

۱) $\frac{1}{20}$ ۲) $\frac{1}{15}$ ۳) $\frac{1}{10}$ ۴) $\frac{1}{5}$

۸۰۱ـ اگر $f(x) = [x]$ باشد $\int_{-1}^{4} f(x)\,dx$ کدام است؟

۱) 4 ۲) 5 ۳) 6 ۴) وجود ندارد.

۸۰۲ـ مقدار تقریبی $\sin(59)^\circ$ کدام است؟

۱) $\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\pi}{360}$ ۲) $\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\pi}{360}$

۳) $\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\pi}{180}$ ۴) $\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\pi}{180}$

۸۰۳ـ حاصل $\int_{-1}^{1} \frac{\sin^3 x + x^2 \sin x}{(x^2+2)^2}\,dx$ کدام است؟

۱) $\frac{1}{4}$ ۲) $-\frac{1}{4}$ ۳) صفر ۴) $+\infty$

۸۰۴ـ معادلهٔ درجهٔ سوم با ضرایب گویا که یکی از جوابهای آن $2 - \sqrt[3]{3}$ باشد کدامست؟

۱) $x^3 - 6x^2 + 12x - 5 = 0$ ۲) $x^3 - 6x^2 - 12x - 5 = 0$

۳) $x^3 - 6x^2 - 12x + 5 = 0$ ۴) هیچکدام

تستهای کنکور سال ۶۹ مرحله اول

۸۰۵ـ دامنهٔ تابع $\{ (x,y) : y = \sqrt{\frac{1 - |x|}{1 + |x|}} \}$ = f کدام مجموعه است؟

۱) R ۲) $\{x : x \leq 1\}$

۳) $\{x : x \geq 1\}$ ۴) $\{x : -1 \leq x \leq 1\}$

۸۰۶ـ دورهٔ تناوب تابع $f(x) = tg2x - Cotg2x$ کدام است؟

۱) π ۲) 2π ۳) $\frac{\pi}{2}$ ۴) $\frac{\pi}{4}$

۸۰۷ـ تابع با ضابطهٔ $y = Cos3x + 27Cosx$ روی کدام فاصله اکیداً نزولی است؟

۱) $[0 , \pi]$ ۲) $[\frac{\pi}{2} , \frac{3\pi}{2}]$

۳) $[\pi , 2\pi]$ ۴) $[-\frac{\pi}{2} , \frac{\pi}{2}]$

۸۰۸ـ تابع با ضابطه $f(x) = x + \frac{|x|}{x}$ را درنظر می‌گیریم حدّ راست این تابع چقدر از حدّ چپ این تابع در $x = 0$ بیشتر است؟

۱) -1 ۲) 0 ۳) 1 ۴) 2

۸۰۹ـ اگر $\lim_{x \to \infty} (\sqrt{x^2 + ax} - x + 1) = 3$، a چقدر است؟

۱) 4 ۲) 3 ۳) 2 ۴) 1

۸۱۰ـ اگر تابع $f(x) = \begin{cases} x^2 - a & x < 1 \\ bx - 1 & x > 1 \\ 3 & x = 1 \end{cases}$ بر R پیوسته باشد،

$a + b$ چقدر است؟

۱) 1　　۲) 2　　۳) 3　　۴) 4

۸۱۱ـ اگر مشتق تابع $f(x) = \begin{cases} ax^2 + 1 & x > 1 \\ x + b & x \leq 1 \end{cases}$ بر R پیوسته باشد، $a + b$ چقدر است؟

۱) $\frac{1}{2}$　　۲) 1　　۳) $\frac{3}{2}$　　۴) 2

۸۱۲ـ اگر $f(x) = (\text{Arctg } x)^2$ باشد در اینصورت $f'(-1)$ چقدر است؟

۱) $-\frac{\pi}{4}$　　۲) $\frac{\pi}{4}$　　۳) $\frac{3\pi}{4}$　　۴) صفر

۸۱۳ـ مجموعهٔ تمام مستطیل هائی که محیط آنها برابر ۱۶ است را درنظر می‌گیریم، مینیمم مجموعهٔ طول اقطار این مستطیل ها کدام است؟

۱) $3\sqrt{2}$　　۲) $4\sqrt{2}$　　۳) $4\sqrt{3}$　　۴) 6

۸۱۴ـ اگر مماس بر منحنی نمایش تابع $y = ax^3 + 6x^2 + 1$ در نقطهٔ $x = 1$ در این نقطه از منحنی عبور کند، a چقدر است؟

۱) -2　　۲) -1　　۳) 1　　۴) 2

۸۱۵ـ اگر خط $y = 2x$ مجانب منحنی نمایش تابع با ضابطهٔ $y = \frac{x^2}{(a - 1)\sqrt{x^2 + 1}}$ باشد، a چقدر است؟

۱) $-\frac{2}{3}$　　۲) $\frac{2}{3}$　　۳) $-\frac{3}{2}$　　۴) $\frac{3}{2}$

۸۱۶ـ معادلهٔ $x^3 - 8x + 8 = 0$:

۱) فقط دارای یک ریشه مثبت است.　　۲) فقط دارای یک ریشه منفی است.

۳) دارای دو ریشه مثبت و یک ریشه منفی است.　۴) دارای دو ریشهٔ منفی و یک ریشه مثبت است.

۸۱۷ ـ مقدار تقریبی $\sqrt[6]{65}$ (به کمک دیفرانسیل) تا سه رقم اعشار، کدام است؟

۱) 2/005 ۲) 2/006 ۳) 2/007 ۴) 2/008

۸۱۸ ـ مشتق تابعی در نقطهٔ (x , y) برابر $\frac{\sqrt{x}}{y + 1}$ است اگر در $x = 0$ مقدار این تابع ۱ باشد در $x = 1$ مقدار $y^2 + 2y$ چقدر است؟

۱) $\frac{17}{3}$ ۲) $\frac{16}{3}$ ۳) $\frac{14}{3}$ ۴) $\frac{13}{3}$

۸۱۹ ـ اگر $F(x) = \int (Cotg^4x - 1)\, dx + c$ و $F(\frac{\pi}{4}) = 0$ چقدر c است؟

۱) $\frac{3}{2}$ ۲) $\frac{4}{3}$ ۳) $-\frac{2}{3}$ ۴) $-\frac{4}{3}$

۸۲۰ ـ سطح محصور بین دو منحنی $x^2 = 4y$ و $y^2 = 4x$ کدام است؟

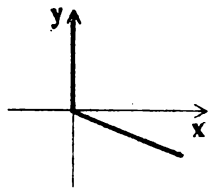
۱) $\frac{8}{3}$ ۲) $\frac{10}{3}$ ۳) $\frac{14}{3}$ ۴) $\frac{16}{3}$

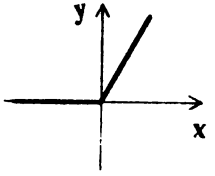
تستهای کنکور مرحله اول سال ۷۰

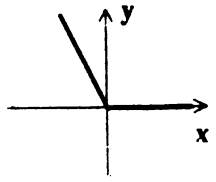
۸۲۱ـ اگر $f(x) = 2x + 3$ و $g(x) = x - 4$ مقدار $\frac{fog\ (2)}{gof\ (-1)}$ چقدر است؟

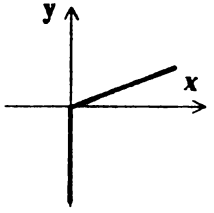
۱) $-\frac{7}{3}$ ۲) $-\frac{3}{7}$ ۳) $\frac{1}{3}$ ۴) 3

۸۲۲ـ منحنی نمایش معکوس تابع $y = 2x + |2x|$ کدام است؟

۱)


۲)


۳)


۴)


۸۲۳ـ $\lim_{x \to -\infty} f(x) = -\infty$ معادل کدام است؟

۱) $\forall N \exists M \forall x\ [(x < -M) \Rightarrow (f(x) < -N)]$

۲) $\forall N \exists M \forall x\ [(x < -M) \Rightarrow (f(x) > N)]$

۳) $\forall N \exists M \forall x\ [(x > M) \Rightarrow (f(x) > N)]$

۴) $\forall N \exists M \forall x\ [(x > M) \Rightarrow (f(x) < -N)]$

۸۲۴ـ اگر $\lim_{x \to -\infty} (\sqrt{x^2 - 2x + 3} - ax - b) = 0$ باشد، $a+b$ کدام

است؟

۱) ± 1 ۲) ± 2 ۳) ± 3 ۴) صفر

۸۲۵ـ اگر تابع $f(x) = \begin{cases} x^2 - 1 & x > 2 \\ x^2 + 1 & x < 2 \end{cases}$ در نقطه $x = 2$ پیوستگی چپ داشته باشد، $f(2)$ چقدر است؟

۱) $f(3) - 3$ ۲) $f(3) - 2$ ۳) $f(3) - 1$ ۴) $f(3)$

۸۲۶ـ مقدار مشتق عبارت $(x^{15} + 2x^{10} + x^5 + 2x + 1)^{101}$ در $x = 0$ چقدر است؟

۱) 100 ۲) 101 ۳) 200 ۴) 202

۸۲۷ـ ضریب زاویه خط مماس بر منحنی نمایش تابع $y = \text{Arctgx}$ در نقطه $x = 1$ کدام است؟

۱) -1 ۲) $\frac{1}{2}$ ۳) 1 ۴) 2

۸۲۸ـ اگر سوی تقعر منحنی نمایش تابع $y = x^3 + 2ax^2 + a$ در نقطه $x = 1$ عوض شود، a چقدر است؟

۱) $-\frac{3}{2}$ ۲) $-\frac{2}{3}$ ۳) $\frac{2}{3}$ ۴) $\frac{3}{2}$

۸۲۹ـ عرض از مبداء معادله خط مجانب مایل منحنی نمایش تابع $y = \frac{x^2 + 3}{x - 1}$ کدام است؟

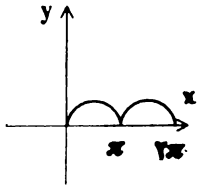
۱) -3 ۲) -1 ۳) 1 ۴) 3

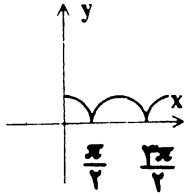
۸۳۰ـ معادله مجانب مایل منحنی نمایش تابع $y = x + 1 - \sqrt{x^2 + 2x + 2}$ کدام است؟

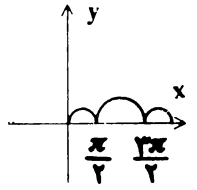
۱) $y = x + 1$ ۲) $y = 2x + 1$

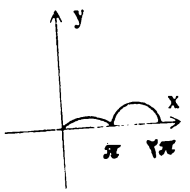
۳) $y = x + 2$ ۴) $y = 2x + 2$

۸۳۱ـ منحنی نمایش تابع $y = |Cosx|$ در فاصله $[0 , 2\pi]$ کدام است؟

۱)


۲)


۳)


۴)


۸۳۲ـ معادله $x^3 - 2x - 2 = 0$ دارای:

۱) دو ریشه مثبت و یک ریشه منفی است. ۲) دو ریشه منفی و یک ریشه مثبت است.

۳) فقط یک ریشه مثبت است. ۴) فقط یک ریشه منفی است.

۸۳۳ـ اگر $F(x) = \int f(x)\,dx$ آنگاه $\int f(ax + b)\,dx$ کدام است؟

۱) $aF(ax + b)$ ۲) $\frac{1}{a} F(x)$

۳) $aF(x)$ ۴) $\frac{1}{a} F(ax + b)$

۸۳۴ـ مقدار $\int_0^{\pi/8} Sin^2 2x\,dx$ کدام است؟

۱) $\frac{1}{8}(\frac{\pi}{2} - 1)$ ۲) $\frac{1}{16}(\pi - 1)$

۳) $\frac{1}{8}(\pi - 1)$ ۴) $\frac{1}{16}(\frac{\pi}{2} - 1)$

۸۳۵ـ مساحت سطح محدود به منحنی $y = x^3 - 1$ و خطوط $x = 0$ و $x = 2$ و محور xها کدام است؟

۱) 3 ۲) 3.5 ۳) 4 ۴) 4/5

۸۳۶ـحجم حاصل از دوران سطح محدود به منحنی $y = tgx$، محور xها و خط $x = \frac{\pi}{4}$ حول محور xها کدام است؟

۱) $\pi\left(\frac{\pi}{4} + 1\right)$

۲) $\pi\left(\frac{\pi}{2} - 1\right)$

۳) $\pi\left(\pi - 2\right)$

۴) $\pi\left(1 - \frac{\pi}{4}\right)$

تستهای کنکور مرحله اول سال ۷۱

۸۳۷ـ دامنهٔ تعریف تابع f با ضابطهٔ $f(x) = \sqrt{\frac{x-1}{x-3}} + \sqrt{\frac{2-x}{x}}$ کدام فاصله است؟

۱) $]0, 1[$ ۲) $]0, 3[$ ۳) $[1, 2]$ ۴) $]2, 3[$

۸۳۸ـ اگر مبداء مختصات مرکز تقارن تابع f با ضابطهٔ $f(x) = \text{Log}(ax + \sqrt{9x^2 + 1})$ باشد، a کدام است؟

۱) 1 ۲) $-3, 1$ ۳) $3, -3$ ۴) $3, 1$

۸۳۹ـ در کدام فاصله تابع با ضابطهٔ $y = x + 1 + \frac{4}{x^2}$ صعودی است؟

۱) $[0, \infty[$ ۲) $]-\infty, 2[$

۳) $[0, \infty[, [2, \infty[$ ۴) $]-\infty, 2], [0, \infty[$ ۵) $]-\infty, 0[, [2, \infty[$

۸۴۰ـ حاصل $\lim_{x \to 0} \left(\frac{1}{\text{Sin}x} - \frac{1}{x}\right)$ کدام است؟

۱) -1 ۲) 1 ۳) صفر ۴) ∞

۸۴۱ـ حدّ چپ تابع با ضابطهٔ $f(x) = \frac{3 - [x]}{x - 3}\sqrt{x^2 - 6x + 9}$ در نقطه $x=3$ کدام است؟

۱) 0 ۲) -1 ۳) 1 ۴) ∞

۸۴۲ـ تابع با ضابطهٔ $f(x) = \begin{cases} x^2 & x < -1 \\ -2x & -1 \le x \le 1 \\ x & x > 1 \end{cases}$ از

نظر پیوستگی درکدام گزینه صدق می‌کند؟

۱) در $1-$ پیوسته و در 1 از چپ پیوسته است.

۲) در $1-$ ناپیوسته و در 1 از راست پیوسته است.

۳) در $1-$ ناپیوسته و در 1 از چپ پیوسته است.

۴) در $1-$ پیوسته و در 1 از راست پیوسته است.

۸۳۳ـ زاویه بین خطوط مماس بر منحنی $y = |tgx|$ در نقطه $x = 0$ چقدر است؟

۱) صفر ۲) $\frac{\pi}{2}$ ۳) $\frac{\pi}{3}$ ۴) $\frac{\pi}{4}$

۸۳۴ـ اگر تابع با ضابطهٔ $f(x) = \begin{cases} ax^2 & x < 1 \\ bx^3+2x & x \geq 1 \end{cases}$ در نقطه $x = 1$ مشتق پذیر باشد $(a + b)$ چقدر است؟

۱) -6 ۲) -4 ۳) 4 ۴) 6

۸۳۵ـ اگر $x = 1$ متناظر به نقطه عطف تابع با ضابطه $y = \frac{(x + a)^3}{x^2}$ باشد، a چقدر است؟

۱) -2 ۲) -1 ۳) 1 ۴) 2

۸۳۶ـ معادله مجانب افقی منحنی تابع $y = 2x + 1 + \sqrt{4x^2 + 8x + 9}$ کدام است؟

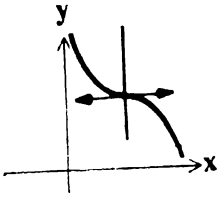
۱) $y = -3$ ۲) $y = -1$ ۳) $y = 1$ ۴) $y = 3$

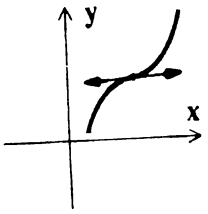
۸۳۷ـ ماکزیمم مقدار تابع با ضابطه $y = \frac{1 - Sinx}{1 - 2Sinx}$ در فاصله $[\frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}]$ کدام است؟

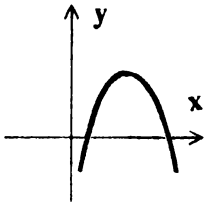
۱) 0 ۲) $\frac{1}{2}$ ۳) 2 ۴) ∞

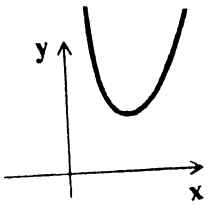
۸۳۸ـ نمودار منحنی نمایش تابع $y = \frac{x^3 + 4}{x^2}$ در نزدیکی نقطه ای به طول

x=2 به کدام صورت است؟

۱) 

۲) 

۳) 

۴) 

۸۴۹ ـ بازاء کدام مقادیر k خط $y = k$ منحنی نمایش تابع با ضابطه $y = -\frac{3x + 1}{x^3}$ را در سه نقطه حقیقی قطع می‌کند؟

۱) $-3 < k < 3$ ۲) $-4 < k < 0$

۳) $-4 < k < 4$ ۴) $0 < k < 3$

۸۵۰ ـ از میان توابعی که ضریب زاویه خط مماس در هر نقطه نمودار آنها برابر 2x است کدامیک از نقطه (-1 , 0) می‌گذرند؟

۱) $y = x^2 - 1$ ۲) $y = 2x^2 - 2$

۳) $y = 3x^2 - 9$ ۴) $y = 4x^2 - 16$

۸۵۱ ـ اگر $f(x) = \int_8^x t^{-4/3}\,dt$, $x > 8$, $\lim_{x \to \infty} f(x)$ چقدر است؟

۱) $\frac{2}{3}$ ۲) $-\frac{2}{3}$ ۳) $-\frac{3}{2}$ ۴) $\frac{3}{2}$

۸۵۲ ـ سطح محدود به منحنی $f(x) = \frac{\text{Cos}2x}{\text{Sin}\,(x + \pi/4)}$ و محور xها و دو خط $x = 0$ و $x = \frac{\pi}{4}$ کدام است؟

۱) $\sqrt{2}$ ۲) $2 - \sqrt{2}$ ۳) $\sqrt{2} - 1$ ۴) $\sqrt{2} + 1$

۸۵۳ـ مقدار 243π متر مکعب آب در گودالی به شکل مخروط که زاویهٔ راس آن ۹۰ درجه است ریخته ایم، ارتفاع آب چند متر است؟

۱) 8　　۲) 9　　۳) $8\sqrt{2}$　　۴) $9\sqrt{3}$

تستهای کنکور مرحله اول سال ۷۲

۸۵۴ـ اگر ضابطهٔ تابع f به صورت $f(x) = x^2 - x + 1$ باشد، نمودار f^{-1} الزاماً از کدام نقطه می‌گذرد؟

۱) (-1 , 0)　　۲) (0 , -1)　　۳) (1 , 0)　　۴) (0 , 1)

۸۵۵ـ نمودار کدام تابع با ضابطه های زیر در فاصلهٔ [1 , 3] بالای سایرین قرار می‌گیرد؟

۱) $y = x^{1/3}$　　۲) $y = x^{2/3}$　　۳) $y = x^2$　　۴) $y = x^3$

۸۵۶ـ مقدار $\lim_{x \to 0} \frac{x^2}{(\text{Arc tg}x)^2}$ کدام است؟

۱) 0　　۲) 1　　۳) 2　　۴) ∞

۸۵۷ـ با توجه به تعریف حدّ کسر $\frac{1}{(x-2)^2}$ در $x = 2$، مقادیر x به کدام فاصله تعلق داشته باشد تا $\frac{1}{(x-2)^2} > 64$ گردد؟

۱) $]\frac{-7}{8}, \frac{7}{8}[$　　۲) $]\frac{-1}{8}, \frac{1}{8}[$

۳) $]\frac{7}{8}, \frac{9}{8}[$　　۴) $]\frac{15}{8}, \frac{17}{8}[$

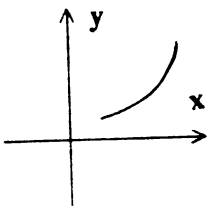
۸۵۸ـ تابع با ضابطهٔ $f(x) = \begin{cases} x^2 - 1 & x < 1 \\ 2x & x > 1 \end{cases}$ در $x = 1$ چه مقدار تعریف شود تا در این نقطه پیوستگی راست داشته باشد؟

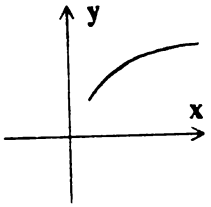
۱) 2　　۲) 1　　۳) 0　　۴) -1

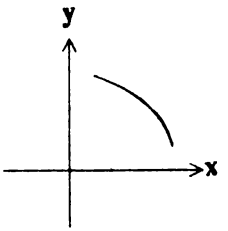
۸۵۹ـ مقدار مشتق تابع $y = Arc\,Sinx + Arc\,Cosy - \frac{\pi}{2}$ در $(0, 0)$ کدام است؟

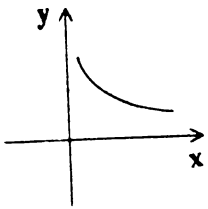
۱) صفر　　۲) $\frac{1}{2}$　　۳) 1　　۴) 2

۸۶۰ـ کدام نمودار در شرایط $f' < 0$ و $f'' > 0$ صدق می‌کند؟

۱)


۲)


۳)


۴)


۸۶۱ـ اگر $f(a) = 5$ و $f'(a) = -4$، مقدار تقریبی $f(a + 0/05)$ به کمک دیفرانسیل کدام است؟

۱) 4/8　　۲) 4/9　　۳) 5/1　　۴) 5/2

۸۶۲. کمترین مقدار عبارت $2Sin^2\pi x - 5Sin\pi x$ وقتی $x \in [\frac{9}{6}, \frac{11}{6}]$ کدام است؟

۱) 3ـ　　۲) 2　　۳) 3　　۴) 4

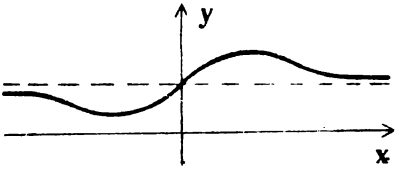
۸۶۳. نمودار تابع با ضابطهٔ $y = 2 + \frac{x - 3}{x^2 - 4x + 5}$ چند مجانب دارد؟

۱) 0　　۲) 1　　۳) 2　　۴) 3

۸۶۴ـ ماکزیمم تابع $y = -|x|$ در فاصله $[1, -1]$ چقدر است؟

۱) -1 ۲) 0 ۳) $\frac{1}{2}$ ۴) 1

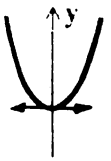
۸۶۵ـ نمودار تابع با ضابطهٔ $y = \frac{2x^2 + ax + b}{x^2 + x + 1}$ شکل مقابل است a و b کدام اند؟



۱) $a > 2 > b$ ۲) $a < 2 = b$

۳) $a > 2 = b$ ۴) $a = 2 = b$

۸۶۶ـ نمودار تابع با ضابطهٔ $y = tgx - Sinx + 2$ در نقطه تلاقی با محور yها کدام وضع را دارد؟

۱) 

۲)

۳)

۴)

۸۶۷ـ نمودار تابع $y = \frac{-1}{(x-1)^2}$ از کدام نواحی صفحه مختصات می گذرد؟

۱) سوم و چهارم ۲) دوم و سوم و چهارم

۳) دوم و سوم ۴) اول و سوم و چهارم

۸۶۸ـ اگر مجموع ریشه های معادله $x^3 + (m-3)x^2 + (m-1)x + m = 0$ دوبرابر قرینه حاصلضرب ریشه ها باشد، m چقدر است؟

۱) 1 ۲) -2 ۳) 2 ۴) -1

۸۶۹ـ حاصل $\int_0^{\pi/4} \frac{tg^3x}{Cos^2x}\,dx$ کدام است؟

۱) $\frac{1}{8}$ ۲) $\frac{1}{6}$ ۳) $\frac{1}{4}$ ۴) $\frac{1}{2}$

۸۷۰ـ حجم حاصل از دوران ناحیهٔ محدود به نمودار تابع $xy = 1$ و محدود به $y = 0$, $x = 1$ و $x = 3$ حول محور ox کدام است؟

۱) $\frac{\pi}{2}$ ۲) $\frac{2\pi}{3}$ ۳) π ۴) $\frac{4\pi}{3}$

تستهای کنکور مرحله اول سال ۷۳

۸۷۱ـ حاصل $|| [5x] | - [7x] |$ به ازای $x = -\frac{1}{2}$ کدام است؟ (نماد [ ] به معنی جزء صحیح است)

۱) 1　　۲) 3　　۳) 5　　۴) 7

۸۷۲ـ برد تابع $f(x) = x - \sqrt{4 - x^2}$ کدام فاصله است؟

۱) $[-2 , 2]$　　۲) $[-\sqrt{2} , 2]$　　۳) $[-2\sqrt{2} , 2]$　　۴) $[-2\sqrt{2} , 2\sqrt{2}]$

۸۷۳ـ اگر $f(x) = \frac{-1}{x + 1}$، $\lim_{x \to \infty} (fof)(x)$ کدام است؟

۱) -1　　۲) $-\frac{1}{2}$　　۳) $\frac{1}{2}$　　۴) 1

۸۷۴ـ حدّ عبارت $\frac{\text{Arc Cos}\sqrt{x}}{\sqrt{1 - x^2}}$ وقتی $x \to 1^-$ کدام است؟

۱) $\sqrt{2}$　　۲) $\frac{\sqrt{2}}{2}$　　۳) $\frac{-\sqrt{2}}{2}$　　۴) $-\sqrt{2}$

۸۷۵ـ در کدام صورت، مجموعه نقاطِ پیوستگیِ توابع با ضابطه های $y = f(x)$ و $y = \sqrt{f(x)}$ برابرند؟

۱) به ازاء هر x، $f(x) \geq 0$

۲) به ازاء هر x، f پیوسته و مشتق پذیر

۳) f تابعی پیوسته و صعودی

۴) f تابعی پیوسته و متناوب

۸۷۶ـ اگر $f(a) = 0 , f'(a) = 0 , f''(a) > 0$ نقطه $x = a$ روی منحنی تابع با ضابطه $y = f(x)$ چه نوع نقطه ای است؟

۱) ماکزیمم روی محور xها ۲) ماکزیمم روی محور yها

۳) می نیمم روی محور xها ۴)می نیمم‌روی محور yها

۸۷۷ـ در تابع f اگر $f'(-1) = 2$، مقدار مشتق تابع با ضابطه $y = f(\frac{2}{x})$ در $x = -2$ کدام است؟

۱) -2 ۲) -1 ۳) 2 ۴) 4

۸۷۸ـ وقتی $x \in]-\infty , \infty[$ و x زیاد می شود، مقدارعبارت Arctgx ...

۱) زیاد می شود. ۲) کم می شود.

۳) ابتدا زیاد می شود، سپس کم می شود. ۴) ابتدا کم می شود و سپس زیاد می شود.

۸۷۹ـ به ازای کدام مقدار a نمودار تابع با ضابطه $y = \frac{2Cosx + a}{Cosx - 1}$ بر محور xها مماس است؟

۱) -1 ۲) صفر ۳) 1 ۴) 2

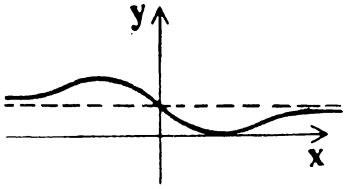
۸۸۰ـ اگر معادله $x^3 + mx + 54 = 0$ ریشه مضاعف داشته باشد، ریشه ساده آن کدام است؟

۱) -9 ۲) -6 ۳) 6 ۴) 9

۸۸۱ـ دو محور تقارن منحنی نمایش تابع با ضابطه $y = \frac{ax - 3}{bx + 4}$ از نقطه $(-\frac{1}{2} , 1)$ می گذرند. $a + b$ کدام است؟

۱) -2 ۲) $-\frac{1}{2}$ ۳) $\frac{1}{2}$ ۴) 2

۸۸۲ـ شکل مقابل نمایش تابعی با ضابطه $y = \frac{x^2 + ax + b}{2x^2 + x + 1}$ است. مقدار **a** کدام است؟



۱) 2 ۲) $\sqrt{2}$ ۳) $-\sqrt{2}$ ۴) -2

۸۸۳ـ به ازاء کدام مقدار **k** خط $y = x + 2$ مجانب منحنی تابع با ضابطه $y = \sqrt{x^3 + kx^2}$ است؟

۱) 3 ۲) 4 ۳) 6 ۴) 12

۸۸۴ـ حاصل $\int_{-2}^{1} \frac{|x|}{x} dx$ کدام است؟

۱) -3 ۲) -1 ۳) 1 ۴) 3

۸۸۵ـ حاصل $\int 2tgx\ cotg2x\ dx$ کدام است؟

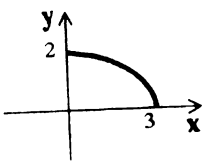
۱) $x + tgx + c$ ۲) $x + Cotgx + c$

۳) $2x - tgx + c$ ۴) $2x - Cotgx + c$

۸۸۶ـ حاصل $\int_{1}^{2} (x^2 - 4x)(x - 2)^9 dx$ کدام است؟ **60**

۱) 23 ۲) 19 ۳) 18 ۴) 17

۸۸۷ـ شکل مقابل، یک ربع بیضی به مرکز مبداء مختصات است. حجم حاصل از دوران سطح محدود به نمودار بیضی و محورهای مختصات حول محور **oy** کدام است؟



۱) 14π ۲) 12π ۳) 10π ۴) 8π

۸۸۸ـ حاصل $\int_{0}^{1} \frac{t}{\sqrt{1 + t^2}} dt$ کدام است؟

۱) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ ۲) $\sqrt{2}$ ۳) $1 + \sqrt{2}$ ۴) $\sqrt{2} - 1$

فصل نهم : پاسخ تشریحی تستها

چند نکته ضروری:

نکته ۱ : اگر تعداد دلخواهی تابع با یکدیگر ترکیب شوند و تعداد فردی از توابع ترکیب شده نزولی و بقیه صعودی باشند حاصل نزولی خواهد بود و اگر تعداد زوجی از توابع نزولی و بقیه صعودی باشند حاصل صعودی خواهد بود.

نکته ۲ : اگر تابع f دارای دوره تناوب r باشد که r عدد گویا است و تابع g دارای دورهٔ تناوب q باشد که q گنگ است در اینصورت مجموع و تفاضل و حاصلضرب و تقسیم دو تابع f و g متناوب نیستند.

نکته ۳: اگر تابع f متناوب با دوره تناوب T و g نامتناوب **و غیرخطی** باشد در اینصورت fog نامتناوب و gof متناوب با دوره تناوب حداکثر T می باشد.

نکته ۴ : اگر چند تابع فرد و زوج با یکدیگر ترکیب شوند و یکی یا بیشتر از توابع زوج باشند حاصل ترکیب تابعی زوج خواهد بود.

نکته ۵ : برای هر دو عدد حقیقی a و b نامساوی $|aSinx + b\,Cosx| \leq \sqrt{a^2 + b^2}$ همواره برقرار است.

نکته ۶: برد توابع چند جمله ای بصورت

$$y = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \ldots + a_0$$

در حالات مختلف بصورت زیر محاسبه می شود.

اگر n زوج و a_n مثبت باشد برد برابر $[m , \infty[$ می باشد که m مقدار مینیمم تابع است که اغلب با استفاده از مشتق محاسبه می شود.

اگر n زوج و a_n منفی باشد برد برابر $]-\infty, M]$ است که M ماکزیمم مقدار تابع است.

اگر n فرد باشد برد تابع برابر کل R می باشد.

نکته ۷: مماس و قائم بر f^{-1} در هر نقطه بترتیب معکوس مماس و قائم بر f در نقطه متناظر می باشد.

نکته ۸: اگر (a , b) نقطه ای بر روی نمودار f باشد در اینصورت نقطه (b , a) بر روی نمودار f^{-1} خواهد بود.

نکته ۹: مرکز تقارن هر تابع فرد مبدا مختصات و محور تقارن هر تابع زوج محور yها است.

نکته ۱۰: اگر تابع g متناوب با دوره تناوب T باشد و f تابعی دلخواه سپس fog متناوب با دوره متناوب حداکثر برابر T است.

نکته ۱۱: هر تابع را می توان بصورت مجموع یک تابع فرد و یک تابع زوج بصورت $f(x) = \frac{f(x) - f(-x)}{2} + \frac{f(x) + f(-x)}{2}$ نوشت. (دامنه f متقارن

نکته ۱۲ اگر f(x) متناوب با دوره تناوب T باشد آنگاه f(ax) دارای دوره تناوب $\frac{T}{|a|}$ است. $(a \neq 0)$

نکته ۱۳: اگر f(x) دارای دامنه [a , b] باشد f(x + c) دارای دامنه

[a-c, b-c] است.

نکته ۱۴ : دوره تناوب تابع $y = n[x] - [nx]$ برابر 1 است و دوره تناوب $[ax]-ax$ برابر $\frac{1}{a}$ است و بعلاوه دوره تناوب تابع $tgax - Cotgax$ برابر $\frac{\pi}{2a}$ است.(n عددی طبیعی و a عددی حقیقی و مثبت است)

نکته ۱۵ : اگر تابعی عامل $(x - a)^{2n+1}$ را $(n \in N)$ داشته باشد در اینصورت نقطه $(a , 0)$ نقطه عطف آن تابع است و بعلاوه اگر تابع f عامل دیگری نداشته باشد نقطه $(a , 0)$ مرکز تقارن تابع نیز می باشد.

نکته ۱۶ : **اگر تابع حقیقی f روی [a,b] پیوسته و $f(a).f(b) < 0$ ، در این صورت معادله $f(x)=0$ در فاصله [a,b] حداقل یک ریشه دارد.**

نکته ۱۷ : اگر تابع f صعودی باشد توابع -f و $\frac{1}{f}$ نزولی اند و اگر f نزولی باشد توابع -f و $\frac{1}{f}$ صعودی اند.

نکته ۱۸ توابع چندجمله ای از درجه فرد پوشا می باشند و توابع چندجمله ای از درجه زوج پوشا نیستند.

نکته ۱۹ : تابع ریشه nام x یعنی $f(x) = \sqrt[n]{x}$ برای n های فرد تابعی پوشاست.

نکته ۲۰ : ترکیب دو تابع پوشا، پوشا است. بعلاوه اگر f و g دو تابع یک به یک باشد fog و gof نیز یک به یکند.

نکته ۲۱ : *(قاعده هوپیتال)*: هرگاه حاصل $\lim_{x \to a} \frac{f(x)}{g(x)}$ بصورت مبهم $\frac{0}{0}$ باشد در اینصورت داریم:

$$\lim_{x \to a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \to a} \frac{f'(x)}{g'(x)}$$

نکته ۲۲: منحنی تابع $y = f(x)$ را درنظر بگیرید در اینصورت منحنی $y = f(x + a)$ از انتقال منحنی $f(x)$ به اندازهٔ a واحد بسمت چپ بدست می‌آید (اگر a منفی باشد انتقال بسمت راست است) بعلاوه منحنی $y = f(x) + k$ از انتقال منحنی $y = f(x)$ به اندازه k واحد بسمت بالا بدست می‌آید. (اگر k منفی باشد انتقال بسمت پایین است)

نکته ۲۳: هرگاه x به سمت $+\infty$ میل کند برای هر عدد طبیعی n هم ارزی زیر را داریم

$$\sqrt[n]{a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + ... + a_0} \approx \sqrt[n]{a_n}\,(x + \frac{a_{n-1}}{n\,a_n})$$

و زمانی که x به سمت $-\infty$ میل کند برای nهای فرد هم ارزی قبلی صادق است و برای nهای زوج هم ارزی زیر را داریم:

$$\sqrt[n]{a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + ... + a_0} \approx -\sqrt[n]{a_n}\,(x + \frac{a_{n-1}}{n\,a_n})$$

در هر دو هم ارزی اخیر لازم است که a_n مثبت باشد و بعلاوه وقتی $x \to \pm\infty$ هر چندجمله ای با بزرگترین درجه اش هم ارز است.

بطور کلی در منحنی‌های به معادلهٔ $y = mx + n \pm \sqrt{ax^2 + bx + c}$ مشروط بر آنکه $b^2 - 4ac \neq 0$ باشد معادلهٔ مجانبهای افقی و مایل بصورت $y = mx + n \pm \sqrt{a}\,|\,x + \frac{b}{2a}\,|$ می باشند. $(a > 0)$

نکته ۲۴: اگر U بسمت صفر برود هم ارزی های زیر را داریم:

$$\text{Sin } U \approx U \approx \text{tg } U \qquad \text{ArcSinU} \approx U \approx \text{ArctgU}$$

$$(1+U)^n \simeq 1 + nU \qquad 1 - Cos\,U \simeq \frac{U^2}{2}$$

$$tg\,U - U \simeq \frac{U^3}{3} \qquad Sin\,U - U \simeq \frac{U^3}{6}$$

نکته ۲۵: اگر $x \to \frac{\pi}{2}$ دراینصورت $\text{Cos}x \approx -(x - \frac{\pi}{2})$

نکته ۲۶: اگر $x \to \pm\infty$ در اینصورت $[x]$ هم ارز خود x است توجه داشته باشید که در این حالت $x - [x]$ هم ارز صفر نمی باشد.

نکته ۲۷: اگر $0 < r < 1$ باشد دراینصورت

$$\lim_{x \to -\infty} r^x = \infty \,, \quad \lim_{x \to +\infty} r^x = 0$$

و اگر $r > 1$ در اینصورت

$$\lim_{x \to +\infty} r^x = \infty \,, \quad \lim_{x \to -\infty} r^x = 0$$

نکته ۲۸: تابع $[U]$ در تمام نقاطی که تابع U از یک عدد صحیح بگذرد ناپیوسته است. مثلاً $[anx]$ در تمام نقاط بصورت $\frac{m}{n}$ که $m \in Z$ ناپیوسته است.

نکته ۲۹: اگر تابعی در رابطه ضمنی $f(x, y) = 0$ صدق کند و f'_x و f'_y مشتقات f نسبت به x و y باشند داریم $y'_x = -\frac{f_x}{f_y}$ و $x'_y = -\frac{f'_y}{f'_x}$

نکته ۳۰: حاصل ضرب عرض های ماکزیمم و می نیمم تابع $y = \frac{ax^2 + bx + c}{a'x^2 + b'x + c'}$ برابر $\frac{b^2 - 4ac}{b'^2 - 4a'c'}$ است که این خود نسبت دلتای صورت به دلتای مخرج است.

نکته ۳۱: در توابع رادیکالی با فرجه فرد ریشه های مضاعف عبارت زیر رادیکال نقطه بازگشت منحنی می باشند.

نکته ۳۲: تابع $y = \frac{ax^2 + bx + c}{a'x^2 + b'x + c'}$ دارای ماکزیمم یا مینیمم m است هرگاه معادلهٔ $y = m$ دارای ریشه مضاعف باشد. بعلاوه اگر $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} \neq \frac{c}{c'}$ باشد تابع اخیر تنها دارای یک اکسترمم خواهد بود. (یعنی $y' = 0$ فقط دارای یک ریشه است)

نکته ۳۳: تابع $y = |ax + b|$ دارای یک مینیمم است و تابع

$y = -|ax + b|$ دارای یک ماکزیمم باشد.

نکته ۳۴: اگر مشتق تابعی روی یک فاصله مثبت باشد تابع روی آن فاصله صعودی و اگر مشتق تابع روی فاصله ای منفی باشد تابع روی آن فاصله نزولی خواهد بود.

نکته ۳۵: اگر U تابعی مشتق پذیر باشد مشتق تابع $|U|$ در نقاطی که وجود دارد بصورت $\frac{U'U}{|U|}$ است.

نکته ۳۶: اگر $y = b$ عرض نقطه اکسترمم تابع f باشد تابع f بر خط $y = b$ مماس است یعنی معادله $f(x) = b$ ریشه مضاعف دارد.

نکته ۳۷: در توابع رادیکالی با فرجهٔ فرد ریشه های ساده زیر رادیکال نقطه عطف هستند.

نکته ۳۸: اگر تابعی عامل $(x - a)^{2k}$ را داشته باشد نقطه $x = a$ ماکزیمم یا مینیمم تابع خواهد بود $(k \in N)$.

نکته ۳۹: اگر حدّ $f(x)$ وقتی $x \to a$ برابر صفر باشد و $g(x)$ در یک فاصله شامل a کراندار باشد دراینصورت حدّ $f(x)\ g(x)$ وقتی $x \to a$ برابر صفر است.

نکته ۴۰: اگر f تابع مشتق پذیر باشد و $f'(x) = 0$ باشد آنگاه $f(x) = c$ و بالعکس.

نکته ۴۱: در معادله $a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + ... + a_0 = 0$ اگر $a_n \to 0$ آنگاه یکی از ریشه ها بسمت بی نهایت می رود.

نکته ۴۲: (*مقاطع مخروطی*) معادله $y = mx + n \pm \sqrt{ax^2+bx+c}$ را درنظر می گیریم داریم:

اگر $a = 0$ و $b \neq 0$ باشد معادلهٔ سهمی است. مانند $y = \pm\sqrt{x}$ یا $y = x + 1 \pm\sqrt{4x + 3}$

اگر $a > 0$ و $\Delta = b^2 - 4ac \neq 0$ باشد معادلهٔ هذلولی است. مانند $y = \pm\sqrt{x^2 - 4}$ و $y = x + 1 \pm\sqrt{x^2 + 7}$

اگر $\Delta > 0$ و $m = 0$ و $a = -1$ باشد معادلهٔ دایره است. مانند $y = \pm\sqrt{-x^2 + 5}$ و $y = 1 \pm\sqrt{-x^2 + 4x}$

اگر $\Delta > 0$ و $a < 0$ باشد معادلهٔ بیضی است. مانند $y = \pm\sqrt{-3x^2 - 5}$ و $y = 2x + 3 \pm\sqrt{-x^2 + 3x^2}$

نکته ۴۳: در توابع بفرم $y = \frac{ax^2 + bx + c}{a'x + b'}$ خط $y = \frac{2ax + b}{a'}$ هوپیتال تابع است ومرکز تقارن تابع روی این خط و مجانبهای قائم و مایل قرار دارد.

نکته ۴۴: اگر تابعی دو مجانب داشته باشد در صورتی که مرکز تقارن داشته باشد مرکز تقارن محل برخورد مجانبها است و محورهای تقارن در صورت وجود نیمسازهای مجانب ها می باشند.

نکته ۴۵: برای یافتن نقاط تقاطع دو منحنی معادله آندو را مساوی قرار می دهیم سپس ریشه های ساده یا آنهائی که از درجه فرد هستند محل تقاطع و ریشه های مضاعف یا از درجات زوج محل هایی هستند که دو تابع بر هم مماسند.

نکته ۴۶: بازاء ریشه های مضاعف نمودار $y = f(x)$ بر محور xها مماس می شود.

نکته ۴۷: *(اتحاد اولر)* برای هرسه عدد حقیقی a، b و c تساوی زیر برقرار است:

$a^3+b^3+c^3 = (a+b+c)(a^2+b^2+c^2 - ab - bc - ac) + 3abc$

نتیجه اتحاد اولر: اگر در معادله درجه سومی با ریشه های α و β و γ ضریب x^2 صفر باشد تساوی $\alpha^3 + \beta^3 + \gamma^3 = 3\alpha\beta\gamma$ همواره برقرار است.

نکته ۴۸: اگر عددی ریشه مضاعف معادله $f(x) = 0$ باشد ریشه $f'(x) = 0$ نیز می باشد که $f'(x)$ مشتق $f(x)$ است.

نکته ۴۹: در معادله درجه سوم $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$ اگر α و β و γ ریشه های معادله باشند تساوی $\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 = (-\frac{b}{a})^2 - 2(\frac{c}{a})$ را خواهیم داشت.

نکته ۵۰: اگر معادله $x^3 + px + q = 0$ ریشه مضاعف داشته باشد معادله ای که از تبدیل $x \to \frac{1}{x}$ حاصل می شود نیز ریشه مضاعف دارد.

نکته ۵۱: برای آنکه معادله ای تشکیل دهیم که ریشه هایش k برابر ریشه های معادله ای باشد کافی است در معادله x را به $\frac{x}{k}$ تبدیل کنید و برای آنکه معادله ای تشکیل دهیم که ریشه هایش r واحد بزرگتر از ریشه های معادله ای باشد باید x را به $x - r$ تبدیل کنیم.

نکته ۵۲: مرکز تقارن توابع چندجمله ای که فرد باشند (منظور تابعی فرد) روی خود منحنی واقع است.

نکته ۵۳: سطح محصور بین $y^2 = 2px$ و $x^2 = 2py$ برابر $\frac{4p^2}{3}$ است.

نکته ۵۴: اگر $F(x) = \int_a^{g(x)} f(x)\,dx$ باشد $F'(x) = f(g(x)) \cdot g'(x)$ است.

نکته ۵۵: مشتق ArctgU برابر $\frac{dU}{1+U^2}$ و انتگرال دومی برابر اولی است.

نکته ۵۶: اگر f تابعی فرد شد سپس $\int_{-a}^{a} f(x)\,dx = 0$ و اگر f تابعی زوج باشد سپس $\int_{-a}^{a} f(x)dx = 2\int_{0}^{a} f(x)dx$ است.

نکته ۵۷: حجم حاصل از دوران بیضی به اقطار $2a$ و $2b$ حول قطر کوچک برابر $\frac{4}{3}\pi ab^2$ و حول قطر بزرگ برابر $\frac{4}{3}\pi a^2b$ است. در واقع اگر بیضی $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ حول محور x ها دوران کند حجم حاصل $\frac{4}{3}\pi ab^2$ و اگر بیضی حول محور y ها دوران کند حجم حاصل $\frac{4}{3}\pi a^2b$ است.

نکته ۵۸: اگر از تبدیل $x \to -x$ تغییری در تابع حاصل نشود محور y ها محور تقارن است.

اگر از تبدیل $y \to -y$ تغییری در تابع حاصل نشود محور x ها محور تقارن است.

اگر هردو تبدیل اخیر همزمان انجام شود و تغییری حاصل نشود مبداء مختصات مرکز تقارن است.

نکته ۵۹: رابطه $f(x, y) = c$ را درنظر بگیرید که c عددی ناصفر است اگر مجموعه ای از نقاط (مثلاً خط $y = ax + b$ یا خط $y = c$) تساوی $c = 0$ را پدید بیاورد این مجموعه نقاط مجانب منحنی اند.

نکته ۶۰: اگر در معادله درجه سوم $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$ مشتق عبارت سمت چپ یعنی $3ax^2 + 2bx + c$ همواره مثبت یا منفی باشد معادله درجه ۳ الزاماً یک ریشه دارد.

نکته ۶۱: اگر بخواهیم $\int_{a}^{b} f(x)\,dx$ را محاسبه کنیم و تابع f در نقاط $C_1 < \ldots < C_n$ ناپیوسته باشدیادراین نقاط ضابطه اش تعویض شود از فرمول زیر

استفاده می‌کنیم.

$$\int_a^b f(x)dx = \int_a^{c_1} f(x)dx + \int_{c_1}^{c_2} f(x)dx + \ldots\ldots + \int_{c_n}^{b} f(x)dx$$

نکته ۶۲: هرگاه $x \to +\infty$ یا $x \to -\infty$ در اینصورت $[x]$ و x هم ارز می شوند یعنی $\lim_{x \to \pm\infty} \frac{[x]}{x} = 1$ توجه‌داشته‌باشیدکه $\lim_{x \to \pm\infty} ([x] - x)$ موجود نمی باشد.

نکته ۶۳: اگر f مشتق پذیر باشد آنگاه $f(x) = k$ است اگر و فقط اگر $f'(x) = 0$ باشد.

نکته ۶۴: وقتی حاصل جمع چند مقدار ثابت باشد حاصلضرب آنها زمانی Max است که با یکدیگر مساوی باشند.

نکته ۶۵: اگر a و b دو عدد حقیقی باشند و $\sqrt[n]{a^n + b}$ بامعنی باشد داریم:

$$\sqrt[n]{a^n + b} \cong \frac{b}{na^{n-1}} + a$$

نکته ۶۶: در تابع درجه سوم $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ طول نقطه عطف $x = -\frac{b}{3a}$ است.

نکته ۶۷: اگر $y=f(x)$ پیوسته و صعودی باشد $y=[f(x)]$ در همه نقاط از راست پیوسته است و در نقاطی که مقدار $f(x)$ از یک عدد صحیح می‌گذرد از چپ ناپیوسته است.

اگر $y=f(x)$ پیوسته و نزولی باشد $y=[f(x)]$ در همه نقاط از چپ پیوسته است و در نقاطی که مقدار $f(x)$ از یک عدد صحیح می‌گذرد از راست ناپیوسته است.

نکته ۶۸: اگر ریشه رادیکال کوچکتر از توان باشد نمی‌توان از هم ارزی استفاده کرد.

مثلاً: $\sqrt{x^4+x^3-2}$ وقتی $x \to \infty$ هم ارز x^2 نیست. زیرا، برای مثال داریم:

$\lim (\sqrt{x^4+x^3+1} - x^2 - 1) \neq \lim (x^2 - x^2 - 1) = -1$ وقتی $x \to \pm\infty$

۱ـ۴ اولاً زیر رادیکال باید نامنفی باشد پس باید $1 - x^2 \geq 0$ یعنی $x^2 \leq 1$ بعبارتی $-1 \leq x \leq 1$ است و ثانیاً مخرج کسر یعنی $|x - 1|$ ناصفر باشد پس $x \neq 1$ لذا دامنه بصورت $]-1, 1[$ است.

تکنیک: چون $f(1)$ بی معنی است پس ۱ در دامنه نیست بنابراین هرسه گزینه ۱ و ۲ و ۳ نادرستند.

۲ـ۳ تابع همواره نامنفی است زیرا صورت و مخرج کسر نامنفی اند و چون صورت از مخرج کوچکتر است پس همواره y در فاصله $]0, 1[$ است.

۳ـ۲ اگر $x > 4$ آنگاه $f(x) = 1$ و اگر $x < 4$ آنگاه $f(x) = -1$ و $x = 4$ نیز جزءِ دامنه نیست پس $R_f = \{-1, 1\}$ است.

۴ـ۳ با توجه به نکته ۱ هردو نزولی اند.

روش دوم: چون f صعودی است لذا همواره $f' > 0$ و از آنجاکه g نزولی است نتیجتاً $g' < 0$ داریم:

$$(f \circ g)'(x) = f'(g(x)) \cdot g'(x) \leq 0$$

$$(fogof)'(x) = f'(gof(x)) \cdot g'(f(x)) \cdot f'(x) \leq 0$$

۵ـ۳ دوره تناوب $\sin x$ برابر 2π و دوره تناوب $\cos \pi x$ برابر 2 است و چون بین 2 و 2π نمی توان کوچکترین مضرب مشترک را تعیین کرد لذا تابع متناوب نیست (نکته ۲).

۶ـ۱ با استفاده از تعریف دامنه fog برابر است با:

$$\{x \mid x \in D_g, g(x) \in D_f\} = \{x \mid 0 \leq x \leq 2, 0 \leq g(x) \leq 1\}$$

$$= \{x \mid 0 \leq x \leq 2, 0 \leq x^2 + 1 \leq 1\} = \{0\}$$

۷ـ۴ تابع متناوب نمی باشد چون $Cosx^2$ متناوب نیست. (با توجه به نکته ۲ عبارت x^2 تناوبی نمی باشد لذا $Cosx^2$تناوبی نیست).

۸ـ۳ یک واحد به طرفین تساوی $y = x^3 + 3x^2 + 3x$ اضافه نموده و از اتحاد مکعب دوجمله ای استفاده می کنیم داریم:

$$y + 1 = x^3 + 3x^2 + 3x + 1 \Rightarrow y + 1 = (x + 1)^3$$

از طرفین آخرین تساوی ریشه سوم می گیریم

$$\sqrt[3]{(y + 1)} = x + 1 \Rightarrow x = -1 + \sqrt[3]{y + 1}$$

اکنون جای x و y را تعویض می کنیم

$$y = -1 + \sqrt[3]{1 + x}$$

۹ـ۱ برای $f(x) = x\ Sinx$، عبارت $f(-x)$ را محاسبه می کنیم داریم

$$f(-x) = (-x)\ Sin\ (-x) = x\ Sinx = f(x)$$

۱۰ـ۲ دامنه هردو $\{2\}$ و نیز $12 = 7 + 5$ می باشند.

۱۱ـ۳ وقتی $f(x) \to -\infty$ آنگاه $g(x) \to 1$ و همواره $g(x) > 1$ است.

۱۲ـ۴ برای یافتن دامنه کافی است $x^2 - 1 \geq 0$ را حل کنیم:

$$x^2 - 1 \geq 0 \Rightarrow x^2 \geq 1 \Rightarrow x \geq 1 \text{ یا } x \leq -1 \Rightarrow x \in R -]-1, 1[$$

برای محاسبه برد کافی است توجه کنیم که $\sqrt{x^2 - 1}$ مقادیرش در فاصله $[0, \infty[$ خواهد بود و جزء صحیح این مقادیر بصورت $0, 1, 2, \ldots$ است یعنی برد $N \cup \{0\}$ می باشد.

۱۳ـ۱ کافی است $(hogof)(-x)$ را محاسبه کنیم چون f زوج است خواهیم داشت:

$$(hogof)(-x) = h(g(f(-x))) = h(g(f(x))$$

۱۴ ـ ۳ با توجه به نکته ۵ همواره $-\sqrt{2} \leq \text{Sinx - Cosx} \leq \sqrt{2}$ است پس مقادیر صحیح Sinx - Cosx همواره برابر 1 یا 0 یا 1- یا 2- خواهد بود توجه کنید که $[-\sqrt{2}] = -2$, $[\sqrt{2}] = 1$ می باشد.

۱۵ ـ ۳ با توجه به نکته ۶ کافی است مینیمم تابع را بیابیم،با استفاده از مشتق چون $\sqrt{3}$, 0 , $-\sqrt{3}$ ریشه های مشتق تابع اند.

چون مقدار مینیمم تابع برابر $f(\sqrt{3}) = -27$ است برد تابع برابر $[-27, +\infty[$ است.

۱۶ ـ ۱ مخرج تابع f همواره مخالف صفر است و مخرج تابع g در $x = 0$ برابر صفر است.

۱۷ ـ ۲ توجه کنید که هردو تابع دارای دامنه $[0, \infty[$ هستند اما $f(x)$ برابر مجموع دو عبارت x , $\sqrt{x}$ است که هردو بزرگتر یا مساوی صفرند لذا مقادیر f همواره بزرگتر یا مساوی صفرند لذا $R_f = [0 , \infty[$ اما برای g باید مشتق تابع را برابر صفر قرار داده کمترین مقدار g را بیابیم چون $x = 1/4$ ریشه مشتق y است لذا کمترین مقدار g برابر $g(\frac{1}{4}) = -\frac{1}{4}$ است بنابراین

$$R_g = [-\frac{1}{4} , +\infty[$$

۱۸ ـ ۲ برای تعیین دامنه باید زیر هر دو رادیکال نامنفی باشد یعنی باید دو نامساوی زیر همزمان برقرار باشد.

$$x - 4 \geq 0 , 2 - x \geq 0 \Rightarrow x \geq 4 , x \leq 2$$

چون این دو همزمان نمی توانند برقرار باشند دامنه تابع،مجموعه تهی و برد نیز تهی خواهد بود.

۱۹ ـ ۳ درگزینه ۳ داریم $D_f = D_g$ و بعلاوه چون $\frac{x^2}{x^2 + 1}$ همواره بزرگتر

یا مساوی صفر است و نیز صورت کسر از مخرج کوچکتر است لذا همواره $\left[\frac{x^2}{x^2+1}\right] = 0$ یعنی f و g مساوی هستند.

توجه کنید که در گزینه ۱ و ۲ دامنه ها مساوی نیستند چون $D_f = R - \{0\}$ و $D_g = R$ است.

۲۰ـ۴ اولاً باید مخرج کسر $\frac{1-x^2}{x+3}$ ناصفر بوده و ثانیاً حاصل کسر بزرگتر یا مساوی صفر باشد کسر را تعیین علامت می کنیم جدول زیر را داریم و پیداست که روی مجموعه $]-\infty , -3[\cup [-1 , 1]$ عبارت معنی دارد.

x		-۳		-۱		۱	
$1-x^2$	−		−		+		−
$x+3$	−		+		+		+
$\frac{1-x^2}{x+3}$	+		−		+		−
		مجموعه جواب			مجموعه جواب		

$D_f =]-\infty , -3[\cup [-1 , 1] - \{-3\} =]-\infty , -3[\cup [-1 , 1]$

۲۱ـ۱ هر خط عمود بر محور xها منحنی گزینه ۱ را فقط در یک نقطه قطع می کند و بنابراین منحنی این گزینه تابع است.

۲۲ـ۱ چون $f(0) = 1$ و $f(1) = \sqrt{2}$ پس $f(\sqrt{2}) = \frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{3}}$ است.

۲۳ـ۳ با توجه به نکته ۵ مقدار عبارت Sinx - Cosx همواره بین $-\sqrt{2}$ و $\sqrt{2}$ است.

۲۴ـ۱۰ $fog(x) = f(tg2x) = \frac{2tg2x}{1 - tg^2 2x} = tg4x$

۲۵ ـ ۲ توجه کنید که مشتق تابع بصورت $f'(x) = \frac{5x^4 + 1}{2\sqrt{(x^5 + x)}}$ می باشد که همواره مثبت است پس تابع همواره صعودی و روی R^+ معکوس پذیراست.

۲۶ ـ ۳با توجه به نکته ۷ مسئله واضح است.

۲۷ ـ ۲ قرار دهید $t = 2x - 3$ در نتیجه $x = \frac{t + 3}{2}$ با محاسبه $f(t)$ و تعویض t با x نتیجه حاصل خواهد شد داریم:

$$f(t) = 4\left(\frac{t + 3}{2}\right)^2 = (t + 3)^2 \Rightarrow f(x) = (x + 3)^2$$

۲۸ ـ ۴ اگر x عددی صحیح باشد $f(x) = 0$ است و اگر x عددی غیرصحیح باشد $f(x) = -1$ مثلاً $f(7/5) = [7/5] + [-7/5] = 1 + (-2) = -1$

۲۹ ـ ۱ تکنیک: با توجه به نکته ۸ چون $(0 , 0)$ و $(-15 , -1)$ هر دو روی منحنی اند لذا باید $(0 , 0)$ و $(-1 , -15)$ هردو روی f^{-1} باشند و این دو نقطه تنها در گزینه ۱ صدق می کنند.

۳۰ ـ ۱ باید x را برحسب y محاسبه کرد ابتدا به طرفین تساوی Arc Cos را اثر دهید داریم:

$$y = \text{Cos Sin}x \Rightarrow \text{Arc Cos}y = \text{Sin}x$$

اکنون به طرفین تساوی اخیر Arc Sin را اثر داده سپس جای x و y را عوض می کنیم داریم:

$$\text{Arc Cos}y = \text{Sin}x \Rightarrow \text{Arc Sin}(\text{Arc Cos}y) = x$$

$$\Rightarrow y = \text{Arc Sin}(\text{Arc Cos}x)$$

۳۱ ـ ۳ تکنیک:کافی است مقدار f را به ازای دو عدد 0 و -1 محاسبه کنیم چون $f(0)$ بامعنی است پس گزینه ۱ و ۲ غلط است و چون $f(-1) = \sqrt{-2}$

گزینه چهار هم غلط است.

۳۲ـ۴ تکنیک: چون f(1) بی معنی است پس گزینه های ۱ و ۲ و ۳ غلط هستند و لذا ۴ درست است.

۳۳ـ۱ اولاً باید $\sqrt{x}$ معنی دار باشد پس باید $x \geq 0$ باشد ثانیاً باید $\text{Sin}\sqrt{x}$ بزرگتر یا مساوی صفر باشد پس کمان $\sqrt{x}$ باید در ناحیه اول یا دوم از نواحی چهارگانه مثلثاتی باشد لذا داریم:

$$2k\pi \leq \sqrt{x} \leq (2k+1)\pi \quad \Rightarrow \quad (2k\pi)^2 \leq x \leq ((2k+1)\pi)^2$$

۳۴ـ۳ چون $0 \leq \text{Sin}\sqrt{x} \leq 1$ پس $0 \leq \sqrt{\text{Sin}\sqrt{x}} \leq 1$ لذا برد تابع $[0, 1]$ است.

۳۵ـ۳ چون دورهٔ تناوب $\text{Sin}^2 ax$ برابر $\frac{\pi}{a}$ است لذا $\text{Sin}^2 n\pi x$ دارای دوره تناوب $\frac{1}{n} = \frac{\pi}{n\pi}$ است از طرفی چون دوره تناوب $[ax] - ax$ برابر $\frac{1}{a}$ است پس دوره تناوب $[nx] - nx$ برابر $\frac{1}{n}$ است. لذا هردو تابع $\text{Sin}^2 n\pi x$ و $[nx] - nx$ دارای دوره تناوب $\frac{1}{n}$ اند پس مجموعشان نیز چنین است.

۳۶ـ۲ چون f فرد است با توجه به نکته ۹ مبداءِ مختصات مرکز تقارن است.

۳۷ـ۲ بنابر نکته ۴ هردو زوج می باشند.

۳۸ـ۴ هردو تابع $f(x) = \frac{1}{x}$ و $g(x) = \frac{x}{x^2}$ دارای دامنه $R - \{0\}$ بوده و بعلاوه برای $x \neq 0$ داریم $g(x) = \frac{x}{x^2} = \frac{1}{x}$ که این خود مساوی $f(x)$ است پس ایندو مساویند. توجه کنید که در گزینه ۱ و ۳ دامنه f و g مساوی نیست و در گزینه ۲ مقادیر دو تابع برای اعداد منفی مساوی نمی باشد.

۳۹ـ۲ تابع $\text{Sin}\frac{\pi x}{n}$ دارای دوره تناوب $2n = \frac{2\pi}{\pi/n}$ است و تابع

$x - n[\frac{x}{n}]$ دارای دوره تناوب $\frac{1}{1/n}$ یعنی n است و مجموع ایندو یعنی f دارای دوره تناوب 2n است. توجه کنید که $x - n[\frac{x}{n}]$ را می توان بصورت $n(\frac{x}{n} - [\frac{x}{n}])$ نوشت.

۴۰ـ۴ چون Sinx متناوب است پس tgSinx نیز متناوب است.(نکته ۱۰)

۴۱ـ۳ $-1 \le -\text{Cos } 2x \le 1 \Rightarrow 1 \le 2 - \text{Cos}2x \le 3 \Rightarrow$

$$\frac{1}{3} \le \frac{1}{2 - \text{Cos}2x} \le 1 \Rightarrow \frac{1}{3} \le y \le 1$$

۴۲ـ۱ توجه کنید که تابع $|\text{Sinax}|$ دارای دوره تناوب $\frac{\pi}{a}$ است.

۴۳ـ۳ توجه کنید که $f(x + \frac{\pi}{6}) = f(x)$ است.

روش دوم: با توجه به نکتهٔ ۱۴ مسئله حل است.

۴۴ـ۱ تنها در گزینه ۱ با تبدیل x به -x تغییری حاصل نمی‌شود.

۴۵ـ۱ چون tgx دارای دوره تناوب π است بنابر نکته ۳ تابع f(x) متناوب با دوره تناوب حداکثر π است.

۴۶ـ۲ کافی است ملاحظه کنید که $f(-x) = -f(x)$ می باشد چون داریم:

$$f(-x) = \begin{cases} \sqrt{-x} & -x > 0 \\ -\sqrt{-(-x)} & -x < 0 \end{cases} = \begin{cases} \sqrt{-x} & x < 0 \\ -\sqrt{x} & x > 0 \end{cases} = -f(x)$$

۴۷ـ۴ تابع گزینهٔ ۴ مجموع دو تابع متناوب با دوره تناوب π است.

۴۸ـ۲ تنها نمودار گزینه ۲ با هر خط عمود بر محور xها در یک نقطه اشتراک دارد.

۴۹ـ۱ ترکیب توابع در حالت کلی جابجائی نیست مثلاً اگر $f(x) = \sqrt{x}$ و $g(x) = \text{Sinx}$ آنگاه

$$fog = \sqrt{\text{Sinx}} \quad , \quad gof = \text{Sin}\sqrt{x}$$

۵۰ـ۴ تکنیک کافی است متوجه باشیم که نقطه توخالی روی f به نقطه قرینه اش نسبت به نیمساز ربع اول و سوم یعنی روی محور yها منتقل می شود.

۵۱ـ۱ توجه کنید که [x - 1] مقادیر صحیح را اختیار می کند لذا $(-1)^{[x-1]}$ می تواند مقادیر ± 1 را اختیار کند.

۵۲ـ۴ Cosnx تابعی زوج و Sinmx تابعی فرد است

۵۳ـ۳ کافی است y را برحسب x بیابیم خواهیم دید که x باید در فاصله [4 , -4] باشد.

۵۴ـ۱ $g(f(\frac{\pi}{12})) = g(\text{Sin } 2(\frac{\pi}{12})) = g(\frac{1}{2}) = -\frac{3}{8}$

۵۵ـ۴ در تابع f(x , y) بجای x و y بترتیب $\frac{1}{y^2}$ و $\frac{1}{x^2}$ را قرار دهید.

۵۶ـ۲ دوره تناوب هر عبارت Sin2πx و [x] - x برابر 1 است.

۵۷ـ۳ با توجه به نکته ۱۲ مسئله حل است.

۵۸ـ۴ تابع $\text{tg}\frac{x}{4}$ دارای دوره تناوب 4π بوده و 4Cos^2x دارای دوره تناوب π می‌باشد لذا حاصلجمع ایندو دوره تناوبش کوچکترین مضرب مشترک π و 4π است که همان 4π است.

۵۹ـ۳ واضح است که f(x) = 2x - [2x] - 3 بوده و بنا بر نکته ۱۴ دوره تناوبش $\frac{۱}{۲}$ است.

۶۰ـ۳ $f(x) = (x+1)^3 + 14 \Rightarrow f^{-1}(x) = -1 + \sqrt[3]{x - 14}$

۶۱ـ۱ داریم: $f(x + \pi) = \text{Arc tg}(\text{Cos}(\text{Sin}(x + \pi)))$

$= \text{Arc tg}(\text{Cos}(-\text{Sinx})) = \text{Arctg}(\text{Cos}(\text{Sinx}))$

۶۲ـ۳ نخست باید $x - 1 \geq 0$ یعنی $x \geq 1$ باشد و اگر $x \geq 1$ در اینصورت $x + \sqrt{x - 1}$ نیز خود به خود بزرگتر از صفر خواهد شد پس

$D_f = [1 , \infty[$ از طرفی $f(1) = 1$ و اگر x بزرگ شود مقادیر $f(x)$ نیز بزرگ می شود لذا برد f نیز $[1 , \infty[$ بوده و لذا $D_f = R_f = [1 , \infty[$ است.

۶۳ـ۱ توجه کنید که y برابر $\cos (a - b) x$ می باشد و باید $a - b = 1$ باشد.

۶۴ـ۴ شرایط تست هیچ یک از گزینه های ۱ و ۲ و ۳ را ارضاء نمی کند.

۶۵ـ۳ عبارت $[x]$ نباید صفر باشد یعنی $D_f = R - [0 , 1[$ است.

۶۶ـ۱ دامنه تابع برابر $R - [0 , 1[$ است ابتدا اگر $x \geq 1$ باشد مقادیر $[x]$ برابر $1 , 2, 3, \ldots$ می باشد و مقادیر خود f در این قسمت 0 و 1 می باشد اگر $x < 0$ باشد مقادیر $f(x)$ همواره برابر 1- است.

۶۷ـ۲ اولاً x باید مخالف صفر باشد ثانیاً باید $-1 \leq \frac{2x^2}{x} \leq 1$ باشد لذا $-\frac{1}{2} \leq x \leq \frac{1}{2}$ لذا دامنه f برابر $[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}] - \{0\}$ یعنی $[-\frac{1}{2},0[\cup]0,\frac{1}{2}]$ است.

۶۸ـ۳ باید مخرج کسر ناصفر باشد یعنی x هائی که $1 - [x^2] = 0$ باشد قابل قبول نیست.

$$1 - [x^2] = 0 \Rightarrow [x^2] = 1 \Rightarrow 1 \leq x^2 < 2 \Rightarrow$$

$$-\sqrt{2} < x \leq -1 \quad \text{یا} \quad 1 \leq x < \sqrt{2}$$

پس D_f برابر تمام R بجز $]-\sqrt{2} , -1] \cup [1 , \sqrt{2}[$ است.

۶۹ـ۱ چون $D_f = [-1 , 1]$ پس با توجه به نکته ۱۳ مسئله حل است.

۷۰ـ۱ با توجه به نکته ۱۴ دوره تناوب $x - \frac{[nx]}{n}$ برابر $\frac{1}{n}$ است و دوره تناوب $\operatorname{tg} \pi x$ نیز $\frac{1}{n}$ است لذا مجموع دارای دوره تناوب $\frac{1}{n}$ است.

۷۱ـ۳ باید x را برحسب y بیابید با محاسبه ای مختصر خواهید دید که

$x=1\pm\sqrt{y-2}$ است و چون $x<1$ علامت منفی قابل قبول است حال اگر x و y را عوض کنید تساوی $f^{-1}(x)=1-\sqrt{x-2}$ حاصل می شود.

۷۲ـ۳ واضح است که گزینه ۳ تفاضل دو تابع زوج Cosx و Sin^2x است، لذا تابع مربوطه زوج می باشد.

۷۳ـ۲ چون $y'=\frac{-2+2x^2}{(1+x^2)^2}$ روی فاصله]1 , 1-[منفی است لذا تابع روی]1 , 1-[نزولی و در نتیجه معکوس پذیر است.

۷۴ـ۳ عبارت مورد نظر برابر $f[(x+1)^2]+g(-x)$ است با محاسبه ای کوتاه این عبارت برابر 4x- یعنی 4f(x) است.

۷۵ـ۴ پیداست که برای هر x مثبت دو مقدار برای y بدست می آید مثلاً اگر $x=1$ باشد $y=\pm1$ خواهد بود.

۷۶ـ۴ در گزینه ۴ هر دو تابع روی R تعریف شده و روی دامنه هردو با یکدیگر مساویند اما در گزینه ۱ علیرغم آنکه دامنه ها مساوی هستند اما روی همه اعضاءِ دامنه با یکدیگر مساوی نمی باشند ($f(1)\neq g(1)$) گزینه های ۲ و ۳ دامنه های مساوی ندارند.

۷۷ـ۲ با توجه به نکته ۱۳ و با توجه به اینکه $D_f=[1,2]$ مسئله حل است.

۷۸ـ۱ کافی است x را برحسب y بدست آوریم توجه کنید که $D_f=[0,\infty[$ یعنی مقادیر x نامنفی است. با محاسبه ای کوتاه خواهیم دید $x=y+1\pm\sqrt{2y+1}$ اکنون x را به y و y را به x تبدیل می کنیم توجه کنید که نقطه (0 , 0) روی منحنی f(x) است پس باید روی f^{-1} نیز باشد لذا علامت مثبت قابل قبول نیست بنابراین داریم:

$f^{-1}(x) = y = x + 1 - \sqrt{2x + 1}$

تکنیک: با توجه به نکته ۸ چون نقاط (0 , 0) و (4 , 2) روی نمودار تابع قرار دارند و تنها گزینه ای که نقاط (0 , 0) و (2 , 4) روی آن قرار دارد گزینه ۱ است.

۲ـ۷۹ طرفین $y = \sqrt{1 - x^2}$ را به توان رسانده و x را برحسب y می یابیم که $x = \pm\sqrt{1 - y^2}$ خواهد شد و چون $x \in [0 , 1]$ علامت منفی قابل قبول نیست اکنون اگر جای x و y را عوض کنیم آنگاه $y = \sqrt{1 - x^2}$ است.

۲ـ۸۰ برای تعیین دامنه باید زیر رادیکال نامنفی باشد که برای هر عدد حقیقی دلخواه زیر رادیکال نامنفی است لذا $D_f = R$ برای تعیین برد هم اگر x مثبت باشد f(x) مثبت است و اگر x منفی باشد f(x) منفی است و بدین ترتیب تمامی اعضاءِ R توسط f پوشیده می شود لذا $R_f = R$ است.

۲ـ۸۱ زیر رادیکال باید مثبت باشد مخرج کسر یعنی $|x| + 1$ همواره مثبت است پس باید $|x| - 1$ بزرگتر یا مساوی صفر باشد پس $D_f = [-1 , 1]$ و با جایگذاری $-1 , 1, 0$ برد تابع بصورت $R_f = [0 , 1]$ بدست می آید.

تکنیک: f(20) بی معنی است لذا گزینه های ۱ و ۳ نادرست است.

۲ـ۸۲ دوره تناوب $\text{Sin}^2\frac{x}{3}$ برابر $\frac{\pi}{1/3} = 3\pi$ است و دوره تناوب $\text{tg}\frac{x}{4}$ برابر 4π و دوره تناوب $\text{Cos}^2 3x$ برابر $\frac{\pi}{3}$ بین $\frac{\pi}{3}$ و 4π و 3π کوچکترین مضرب مشترک برابر 12π است.

۲ـ۸۳ توجه کنید با محاسبه ای کوتاه خواهید دید که $f(-x) = f(x)$ است و دامنه f نیز R بوده و لذا تابع زوج است.

۳ـ۸۴ ابتدا x را برحسب y محاسبه کنید و با توجه به اینکه $x \geq 0$ یکی از جوابها که مثبت است مورد قبول است داریم:

$$y = \frac{x^2}{1+x^2} \Rightarrow y + yx^2 = x^2 \Rightarrow x^2(1-y) = y \Rightarrow x^2 = \frac{y}{1-y}$$
$$\Rightarrow x = \pm\sqrt{\frac{y}{1-y}} \Rightarrow x = \sqrt{\frac{y}{1-y}} \Rightarrow f^{-1}(x) = \sqrt{\frac{x}{1-x}}$$

۲ـ۸۵ اولاً Sin^3x دوره تناوبش 2π است و همینطور $\text{Cos}(\frac{17\pi}{2}+x)$ نیز دارای دوره تناوب 2π است لذا 2π یکی از دوره تناوبهای $f(x)$ است اما براحتی می توان دید که $f(x+\pi) = f(x)$ است بنابراین دوره تناوب تابع π می باشد.

۲ـ۸۶ با توجه به نکته ۱۵ نقطه $(a\ ,\ 0)$ نقطه عطف و مرکز تقارن است.

۱ـ۸۷ توجه کنید که تابع $y = [x]$ صعودی است و $\frac{1}{[x]}$ با توجه به نکته ۱۷ نزولی است.

۳ـ۸۸ با توجه به نکته ۱۷ مسئله واضح است.

۲ـ۸۹ اگر x را به $x + 2T$ تبدیل کنید در اینصورت نتیجه می شود:

$$f(x+2T) = f(x+T+T) = -f(x+T) = -(-f(x)) = f(x)$$

۴ـ۹۰ چون $x > 0$ پس $|x| = x$ لذا $f(x) = x$ خواهد بود و $g(f(x)) = x^2$ است.

۳ـ۹۱ برای $f(x) = \sqrt{x^2+x+1} - \sqrt{x^2-x+1}$ عبارت $f(-x)$ را محاسبه می کنیم داریم:

$$f(-x) = \sqrt{x^2-x+1} - \sqrt{x^2+x+1}$$
$$= -(\sqrt{x^2+x+1} - \sqrt{x^2-x+1}) = -f(x)$$

۹۲ـ۲ توجه کنید که بنا بر نکته ۱۸ توابع چندجمله‌ای از درجه فرد پوششی‌اند و بعلاوه ریشه nام یک تابع برای n های فرد نیز پوشاست، لذا ترکیب ایندو با توجه به نکات ۱۸ و ۱۹ و ۲۰ پوشاست.

۹۳ـ۳ ابتدا تابع y را بصورت زیر بنویسید:

$$y = [\ Sin^2x + 3Sinx - 1] = [(Sinx + \frac{3}{2})^2 - \frac{13}{4}\ ]$$

چون $Sinx + \frac{3}{2}$ بین $\frac{5}{2}$ و $\frac{1}{2}$ است لذا عبارت داخل براکت بین $\frac{25}{4} - \frac{13}{4}$ و $\frac{1}{4} - \frac{13}{4}$ است و جزءِ صحیح چنین مقادیری اعداد صحیح -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3 می باشد.

۹۴ـ۱ ابتدا توجه کنید که دامنه تابع $]\infty , 0]$ است و وقتی $x \to +\infty$ آنگاه $f(x) \to +\infty$ پس برد تابع بصورت $[m , \infty[$ است که m می نیمم مقدار f(x) بوده و بازاءِ ریشه مشتق یعنی $x = 9$ بدست می آید.

تکنیک: چون $f(0) = 0$ پس $0 \in R_f$ لذا گزینه های ۳، ۴ باطل می شود و چون $f(100) = 80$ و از طرفی $80 \notin]-\infty , 18]$ پس گزینه ۲ نیز باطل است لذا گزینهٔ ۱ درست است.

۹۵ـ۲ ابتدا f(-x) را محاسبه کنید خواهید دید که $f(-x) = f(x)$ است.

۹۶ـ۲ واضح است که $f(-x) = f(x)$ است.

۹۷ـ۲ مانند تست ۴۶ عمل کنید.

۹۸ـ۲ راه کلی این تست بسیار طولانی است ولی چون $f(-1) = 1$ پس $1 \in R_f$ لذا گزینه های ۱ و ۳ غلط اند و چون $\frac{x}{[x]}$ نمی تواند خیلی بزرگ باشد پس گزینه ۴ نیز باطل است توجه کنید که مثلاً $f(1000) = 1$ است.

۹۹ـ۴ باید زیر هر سه رادیکال مثبت بوده و مخرج کسر هم ناصفر باشد

پس باید $x \geq 1$ و $x \geq 2$ و $x \geq 3$ و اشتراک این سه $[3 , +\infty[$ است و بعلاوه مخرج نیز بازاء $x = 7$ صفر می شود.

۱۰۰ ـ ۴ اولاً زیر رادیکال نباید منفی باشد و ثانیاً مخرج کسر نمی تواند صفر باشد پس باید $4 - x^2 \geq 0$ بوده و $\sqrt{4 - x^2} - 2$ مخالف صفر باشد لذا $-2 \leq x \leq 2$ و $x \neq 0$ یعنی مجموعه $[-2 , 2] - \{0\}$ دامنه تابع است.

تکنیک: چون $f(0)$ بی معنی است پس گزینه های ۱ و ۲ باطل اند چون $f(2)$ بامعنی است پس گزینه ۳ نیز نمی تواند درست باشد.

۱۰۱ ـ ۳ باید مخرج ناصفر باشد یعنی $x + |x| \neq 0$ لذا باید $x > 0$ باشد.

تکنیک: $f(0)$ بی معنی است پس گزینه های ۱ و ۴ غلط اند و چون $f(-2)$ بی معنی پس گزینهٔ ۲ هم غلط است لذا گزینه ۳ درست است.

۱۰۲ ـ ۳ $f(-x)$ را نمی توان برحسب $f(x)$ نوشت پس f نه فرد ونه زوج است.

۱۰۳ ـ ۴ زیر رادیکال را به مربع کامل تبدیل می کنیم داریم:

$$f(x) = \sqrt{-(x + \frac{3}{2})^2 + \frac{1}{4}}$$

زیر رادیکال بین 0 و $\frac{1}{4}$ است لذا حاصل رادیکال بین 0 و $\frac{1}{2}$ است.

تکنیک: چون $f(1)=\sqrt{-6}$ پس گزینه های ۱ و ۲ نمی توانند درست باشند و چون $f(\frac{3}{2}) = \frac{1}{2}$ لذا گزینه ۳ نیز باطل است.

۱۰۴ ـ ۴ راه حل عادی طولانی است و باید از طریق تکنیک حل نمود. در وحله اول چون صورت و مخرج کسر هردو مثبت اند پس مقادیر $f(x)$ همواره مثبت اند پس گزینه های ۱ و ۲ باطل اند و چون صورت از مخرج همواره

بزرگتر است کسر هیچگاه نمی تواند برابر 1 شود پس گزینه ۳ نیز نادرست است. لذا گزینهٔ ۴ تنها گزینهٔ صحیح خواهد بود.

۱۰۵ ـ ۴ مخرج باید ناصفر باشد پس [3x] نباید برابر 3- شود لذا 3x نباید در فاصله]2- , 3-] باشد و بنابراین x نباید در فاصله $]-\frac{2}{3}$, 1-] باشد.

۱۰۶ ـ ۳ چون $[x - 5] = [x] - 5$ پس [x] برابر 5 نمی تواند باشد یعنی x نباید در فاصله]6 , 5] باشد.

۱۰۷ ـ ۳ تکنیک: چون f(-1) بی معنی پس گزینه های ۱ و ۴ نمی توانند جواب صحیح باشد و چون f(0) بی‌معنی است پس گزینه ۲ غلط است.

۱۰۸ ـ ۱ به نکته ۱۸ توجه کنید.

۱۰۹ ـ ۲ توجه کنید که $f(x) = x + 1$ یک به یک است $g(x) = \sqrt[3]{x}$ نیز یک به یک است (نکته ۱۹) پس ترکیب ایندو نیز بنا بر نکته ۲۰ یک‌به‌یک‌اند.

۱۱۰ ـ ۴ با محاسبه ای کوتاه می بینیم که $tgx + Cotg\ x = \frac{2}{Sin2x}$ است و چون Sin2x در فاصله [1 , 1-] است پس $\frac{2}{Sin2x}$ در فواصل]∞ , 2] یا [2- , ∞-[است بعبارت دیگر $R_f = R -]-2 , 2[$ است.

۱۱۱ ـ ۳ با توجه به نکته های ۱۸ و ۱۹ و ۲۰ پوشابودن و با توجه به نکته ۲۰ یک به یک بودن f واضح است.

۱۱۲ ـ ۳ حدّ بصورت مبهم $\frac{0}{0}$ است از قاعده هوپیتال استفاده کنید داریم:

$$\lim_{x \to 1^-} \frac{1 - x}{Arc\ Cosx} = \lim_{x \to 1^-} \frac{-1}{-1/\sqrt{1 - x^2}} = \lim_{x \to 1^-} \sqrt{1 - x^2} = 0$$

روش دوم: چون $x \to 1^-$ می توان بجای x مقدار $1 - \varepsilon$ را جایگزین کرد جایی که ε به سمت صفر میل می‌کند و به نتیجهٔ قبلی رسید.

$$\lim_{x\to 1^-}\frac{1-x}{\text{ArcCos}x}=\lim_{\varepsilon\to 0^+}\frac{1-(1-\varepsilon)}{\text{ArcCos}(1-\varepsilon)}=\lim_{\varepsilon\to 0^+}\frac{\varepsilon}{\text{ArcCos}(1-\varepsilon)}$$

۱۱۳ ـ ۴ توجه کنید که وقتی $x\to 0$ ، $\text{Sin}2x$ هم ارز $2x$ است. (نکتهٔ ۲۴)

۱۱۴ ـ ۴ با استفاده از هم ارزی $\text{Sin}x$ و x داریم:

$$\lim_{x\to 0}\frac{-2\,\text{Sin}x}{ax}=\frac{1}{5}\Rightarrow\frac{-2}{a}=\frac{1}{5}\Rightarrow a=-10$$

۱۱۵ ـ ۴ روش اول: از قاعده هوپیتال و هم ارزی $\text{tg}bx$ و bx استفاده کنید.

روش دوم: با استفاده از هم ارزی های $\text{tg}bx-bx\approx\frac{(bx)^3}{3}$ و $\text{tg}bx\approx bx$ براحتی می توان دید که:

$$\lim_{x\to 0}\frac{\text{tg}bx-bx}{x^2\,\text{tg}bx}=\lim_{x\to 0}\frac{(bx)^3/3}{x^2\times bx}=\frac{b^2}{3}$$

۱۱۶ ـ ۱ حدّ موردنظر بصورت مبهم $\frac{0}{0}$ است باید از قاعده هوپیتال استفاده کرد داریم:

$$\lim_{x\to 1^+}\frac{\sqrt{x}-1}{\text{Sin}\,2(x-1)}=\lim_{x\to 1^+}\frac{1/2\sqrt{x}}{2\,\text{Cos}\,2(x-1)}=\frac{1}{4}$$

روش دوم: از نکتهٔ ۲۴ استفاده کنید.

۱۱۷ ـ ۱ وقتی $x\to+\infty$ در اینصورت $\frac{\pi}{5x}\to 0$ لذا می توان بجای $\text{tg}\frac{\pi}{5x}$ هم ارز آن یعنی $\frac{\pi}{5x}$ را جایگزین کرد داریم:

$$\lim_{x\to+\infty}x\,\text{tg}\frac{\pi}{5x}=\lim_{x\to\infty}x\times\frac{\pi}{5x}=\frac{\pi}{5}$$

۱۱۸ ـ ۲ باید حدّ چپ و حدّ راست مساوی باشند:

$$\lim_{x\to 1^+}f(x)=\lim_{x\to 1^-}f(x)\Rightarrow a+2=1\Rightarrow a=-1$$

۱۱۹ ـ ۲ توجه کنید که وقتی $x \to 0^+$ عبارت $8x^2$ عددی مثبت و بسیار کوچک است و جزءِ صحیح آن صفر است لذا داریم:

$$\lim_{x \to 0^+} \frac{[8x^2]}{x+8} = \lim_{x \to 0^+} \frac{0}{x+8} = 0$$

۱۲۰ ـ ۲ توجه داشته باشید وقتی $x \to 0^+$ عبارت $\sin \frac{1}{\sqrt{x}}$ عددی بین -1 و 1 است پس حدّ $x \sin \frac{1}{\sqrt{x}}$ وقتی $x \to 0^+$ برابر صفر است اکنون در عبارت دوم بجای $\sin x$ هم ارزش یعنی x را قرار دهید داریم:

$$\lim_{x \to 0^+} \left(x \sin \frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{\sin x}{x^2+3x}\right) = 0 + \lim_{x \to 0^+} \frac{x}{x^2+3x} = \lim_{x \to 0^+} \frac{1}{x+3} = \frac{1}{3}$$

۱۲۱ ـ ۴ گزینه ۴ همان تعریف حدّ بی نهایت می باشد.

۱۲۲ ـ ۲ وقتی $x \to 0^-$ عبارت $\sin x$ عددی منفی و بسیار کوچک است لذا جزءِ صحیح $\sin x$ برابر -1 است و x نیز مقداری منفی و بسیار کوچک است داریم:

$$\lim_{x \to 0^-} \frac{[\sin x]}{x} = \lim_{x \to 0^-} \frac{-1}{x} = +\infty$$

۱۲۳ ـ ۳ وقتی $x \to \pi/2^+$ عبارت $\operatorname{tg} x$ به سمت $-\infty$ خواهد رفت لذا $5^{\operatorname{tg} x}$ به سمت صفر می رود و حاصل حدّ برابر یک می شود.

۱۲۴ ـ ۴ توجه کنید که با توجه به نکته ۲۳ در هر دو رادیکال زیر a_n برابر 1 است داریم:

$$\lim_{x \to +\infty} \left(\sqrt[5]{x^5-10x^4} - \sqrt[3]{x^3+6x^2+1}\right) = \lim_{x \to +\infty} (x-2)-(x+2) = -4$$

۱۲۵ ـ ۳ رادیکال موردنظر با بزرگترین درجه یعنی $\sqrt{x}$ هم ارز است.

۱۲۶ ـ ۳ از نکته ۲۴ برای تک تک عبارات صورت استفاده می کنیم.

$$\lim_{x \to 0} \frac{tgx \cdot Sin2x \cdot Sin3x \ldots Sinnx}{nx^{n-1} Sinx}$$

$$= \lim_{x \to 0} \frac{x \times 2x \times 3x \times \ldots \times nx}{nx^n} = \frac{n!}{n} = (n-1)!$$

۱۲۷ ـ ۱ بنا بر نکته ۲۳ هردو حدّ برابر یک می باشند.

۱۲۸ ـ ۱ ابتدا از قاعده هوپیتال و سپس هم ارزی $x - Sinx \approx \frac{x^3}{3!}$ کمک بگیرید داریم:

$$\lim_{x \to 0} \frac{1 - x^2/2 - Cosx}{x^4} = \lim_{x \to 0} \frac{-x + Sinx}{4x^3}$$

$$= \lim_{x \to 0} \frac{-x^3/3!}{4x^3} = -\frac{1}{24}$$

۱۲۹ ـ ۴ بجای $tg\sqrt{2}x$ هم ارزش یعنی $\sqrt{2}x$ را و بجای $tg^2 \sqrt{3}x$ هم ارزش یعنی $(\sqrt{3}x)^2$ را قرار دهید.

۱۳۰ ـ ۴ توجه کنید وقتی $x \to 0^+$ عبارت $[x]$ دقیقاً مساوی صفر است ولی x مقداری کوچک و نزدیک به صفر است، لذا حدّ راست برابر صفر است ولی وقتی $x \to 0^-$ پس $[x]$ برابر 1- است و داریم:

$$\lim_{x \to 0^-} \frac{[x]}{x} = \lim_{x \to 0^-} \frac{-1}{x} = +\infty$$

لذا حدّ وجود ندارد.

۱۳۱ ـ ۴ وقتی $x \to 0^-$ آنگاه $2x \to 0$ و $\frac{2}{x} \to -\infty$ لذا از نکته ۲۷ داریم:

$$\lim_{x \to 0^-} ((3)^{2/x} + 3^{2x}) = \lim_{x \to 0^-} (3)^{2/x} + \lim_{x \to 0^-} 3^{2x} = 0 + 1 = 1$$

۱۳۲ ـ ۴ ممکن است f در نقاط a و b حدّ نداشته باشد.

۱۳۳ ـ ۱ صورت کسر هم ارز $11x^6$ و مخرج هم ارز x^6 است.

۱۳۴ ـ ۴ با توجه به نکته ۲۷ وقتی $x \to +\infty$ سپس $2^x \to +\infty$ و بعلاوه چون $3x \to +\infty$ پس داریم:

$$\lim_{x \to +\infty} \left(\left(\frac{1}{3}\right)^{3x} + 2^x \right) = +\infty + 0 = +\infty$$

۱۳۵ ـ ۲ ابتدا از $\sqrt{x}$ فاکتور گرفته و از صورت مخرج آنرا حذف می‌کنیم داریم:

$$\lim_{x \to 0^+} \frac{x-\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}} = \lim_{x \to 0^+} \frac{\sqrt{x}\,(\sqrt{x}-1)}{\sqrt{x}\,(\sqrt{x}+1)} =$$

$$\lim_{x \to 0^+} \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1} = \frac{0-1}{0+1} = -1$$

روش دوم: می توانید از قاعدهٔ هوپیتال استفاده کنید.

۱۳۶ ـ ۴ چون مقدار تابع در نقطه $x_0 = 5$ با حدّ تابع در این نقطه برابر نیست لذا تابع در این نقطه ناپیوسته است.

۱۳۷ ـ ۳ حدّ صورت مبهم $\frac{0}{0}$ را دارد لذا از قاعده هوپیتال استفاده می‌کنیم داریم:

$$\lim_{x \to a} \frac{a^p - x^p}{x^m - a^m} = \lim_{x \to a} \frac{-px^{p-1}}{mx^{m-1}} = -\frac{pa^{p-1}}{ma^{m-1}} = -\frac{p}{m} a^{p-m}$$

۱۳۸ ـ ۲ حدّ تابع در نقطه 1- برابر 2- می باشد.

۱۳۹ ـ ۳ با توجه به نکته ۲۳ چون $n = 2$ است لذا $\sqrt{4x^2 + x}$ هم ارز $(x + \frac{1}{8})$ 2- است و داریم:

$$\lim_{x \to -\infty} \sqrt{4x^2 + x} + 2x = \lim_{x \to -\infty} \left[-2\left(x + \frac{1}{8}\right) + 2x\right] = -\frac{1}{4}$$

۱۴۰ـ ۲ حدّ تابع در نقطه $x = 2$ برابر 3 و مقدار تابع در $x = 2$ برابر 3 است پس تابع پیوسته است.

۱۴۱ـ ۳ توجه کنید وقتی x از طرف مقادیر کمتر از 1 بسمت 1 می رود $x - 1$ عددی بسیار کوچک و منفی است لذا $\frac{x-1}{|x-1|} = -1$ است و داریم:

$$\lim_{x \to 1^-} \frac{(x+1)^3 - 8}{|x-1|} =$$

$$\lim_{x \to 1^-} \frac{(x+1-2)((x+1)^2 + 2(x+1) + (-2)^2)}{|x-1|}$$

$$= \lim_{x \to 1^-} (-1)\left((x+1)^2 + 2(x+1) + 4\right) = -12$$

۱۴۲ـ ۳ وقتی x بسمت $+\infty$ می رود $\sqrt{x + \sqrt{x + \sqrt{x}}}$ با $\sqrt{x}$ هم ارز است و $\sqrt{x+1}$ با $\sqrt{x}$ هم ارز می باشد لذا داریم:

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{\sqrt{x + \sqrt{x + \sqrt{x}}}}{\sqrt{x+1}} = \lim_{x \to +\infty} \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}} = 1$$

۱۴۳ـ ۱ با توجه به نکته ۲۴ داریم:

$$\lim_{x \to 0} \frac{\sin\left(\frac{x}{3}\right) \sin\left(\frac{2x^2}{5}\right) \left(\operatorname{tg} \frac{x^2}{2}\right)}{3x^5} = \frac{\frac{x}{3} \times \frac{2x^2}{5} \times \frac{x^2}{2}}{3x^5} = \frac{1}{45}$$

۱۴۴ـ ۴ توجه کنید که Arc Cosx روی فاصله $[-1, 1]$ تعریف شده و حدّ راست تابع Arc Cosx در نقطه $x = 1$ نامعین است لذا تابع در این نقطه حدّ ندارد.

۱۴۵ـ ۴ عبارت $\frac{3x^2+2}{x^2+1}$ را بصورت $3 - \frac{1}{x^2+1}$ می نویسیم این عبارت همواره از 3 کوچکتر و از 2 بزرگتر است لذا داریم:

$$\lim_{x \to a} \left[3 - \frac{1}{x^2 + 1}\right] = 2$$

۱۴۶ ـ ۲ مقدار تابع معین است اما حدّ موجود نیست.

۱۴۷ ـ ۴ وقتی مقادیر x نزدیک $\frac{\pi}{2}$ باشد $x = |x|$ است و با توجه به نکته ۲۵ حدّ موجود نیست.

۱۴۸ ـ ۲ با توجه به نکته ۲۴ با قراردادن $U = x\sqrt{x - 1}$ دیده می شود که وقتی $x \to 0$ آنگاه $U \to 0$ داریم:

$$\lim_{x \to .} \frac{\text{tg}\,(x\sqrt{x - 1}) + \text{Sin}\,(x\sqrt{x - 1})}{x\sqrt{x - 1}}$$

$$= \lim_{x \to 1} \frac{x\sqrt{x - 1} + x\sqrt{x - 1}}{x\sqrt{x - 1}} = 2$$

۱۴۹ ـ ۴ حدّ بصورت مبهم $\frac{0}{0}$ است از قاعده هوپیتال کمک بگیرید داریم:

$$\lim_{x \to \pi/6} \frac{\text{Sin}\,(x - \pi/6)}{\sqrt{3} - 2\,\text{Cos}x} = \lim_{x \to \pi/6} \frac{\text{Cos}\,(x - \pi/6)}{2\,\text{Sin}x} = \frac{1}{2 \times \frac{1}{2}} = 1$$

۱۵۰ ـ ۳ بجای $\text{Sec}\frac{\pi x}{2}$ عبارت مساویش یعنی $\frac{1}{\text{Cos}\,\pi x/2}$ را قرار دهید و از قاعده هوپیتال کمک بگیرید داریم:

$$\lim_{x \to 1} (1 - x)\,\text{Sec}\frac{\pi x}{2} = \lim_{x \to 1} \frac{1 - x}{\text{Cos}\,\pi x/2} =$$

$$\lim_{x \to 1} \frac{-1}{-\pi/2\,\text{Sin}\,\pi x/2} = \frac{2}{\pi}$$

۱۵۱ ـ ۱ بجای Sinnx هم ارزش یعنی nx را قرار دهید داریم:

$$\lim_{x \to 0} \frac{x^m}{(\text{Sin}\,nx)^m} = \lim_{x \to 0} \frac{x^m}{(nx)^m} = \frac{1}{n^m} = n^{-m}$$

۱۵۲ ـ ۱

$$\lim_{x \to 0} \frac{\text{Sinx Sin x/2 ... Sin x/n}}{x^n} = \lim_{x \to 0} \frac{x \times x/2 \times ... \times x/n}{x^n} =$$

$$\lim_{x \to 0} \frac{x^n}{n!\, x^n} = \frac{1}{n!}$$

۱۵۳ ـ ۱ حدّ بصورت مبهم $\frac{0}{0}$ است از قاعده هوپیتال استفاده کنید داریم:

$$\lim_{x \to 0^+} \frac{x}{1 - \text{Cos mx}} = \lim_{x \to 0^+} \frac{1}{m\, \text{Sinmx}} = +\infty$$

روش دوم: می توانید از هم ارزی $1 - \text{Cosx} \approx \frac{x^2}{2}$ استفاده کنید.

۱۵۴ ـ ۱ حدّ بصورت مبهم $\frac{0}{0}$ است از قاعده هوپیتال و فرمول $1 + 2 + ... + n = \frac{n\,(n+1)}{2}$ استفاده می کنیم داریم:

$$\lim_{x \to 1} \frac{x + x^2 + x^n - n}{x - 1} = \lim_{x \to 1} \frac{1 + 2x + ... + nx^{n-1}}{1}$$

$$= 1 + 2 + ... + n = \frac{n}{2}(n + 1)$$

۱۵۵ ـ ۳ حدّ راست تابع در نقطه $x = 2$ برابر 3 است و چون $f(2) = 3$ است پس پیوستگی راست دارد.

۱۵۶ ـ ۴ حدّ صورت کسر را برابر 7 و حدّ مخرج صفر است با توجه به قدر مطلق مخرج حاصل $+\infty$ خواهد بود.

۱۵۷ ـ ۲ بجای $\csc \frac{\pi(1 - x)}{2}$ عبارت مساویش یعنی عبارت $\frac{1}{\text{Sin } \pi(1 - x)/2}$ را قرار داده و حدّ بصورت $\frac{0}{1}$ درمی آید.

۱۵۸ ـ ۳ بجای Sin x مقدار هم ارزش x را قرار دهید.

۱۵۹ ـ ۳ اگر از هم ارزی Sin U و U استفاده کنیم درجه صورت 2n است.

۱۶۰ ـ ۲ حاصل حدّ بصورت $\frac{0}{1} = 0$ می باشد.

۱۶۱ ـ ۲ حاصل حدّ بصورت $\frac{0}{0}$ است از قاعده هوپیتال استفاده کنید.

۱۶۲ ـ از تغییر متغیر $U=x-\frac{\pi}{2}$ ویا از قاعده هوپیتال استفاده کنید.

۱۶۳ ـ ۱ با استفاده از هم ارزی حدّ مطلوب برابر است با:

$$\lim_{x \to 1^+} \frac{x^2(x-1) + x^2\sqrt{x-1}}{x\sqrt{x-1}} = \lim_{x \to 1^+} (x\sqrt{x-1} + x) = 1$$

۱۶۴ ـ ۱ چون $[\frac{\pi}{6} + 2] = 2$ پس $(-1)^{[\pi/6 + 2]}$ برابر ۱ می باشد.

۱۶۵ ـ ۳ حاصل حدّ بصورت $\frac{1}{3} + 0$ است.

۱۶۶ ـ ۱ با توجه به نکته اساسی ۲۵ مسئله واضح است.

۱۶۷ ـ ۱ چون $\frac{1}{x} \to \pm\infty$ لذا از نکته۲۶ بجای $[\frac{1}{x}]$ خود $\frac{1}{x}$ را قرار دهید.

۱۶۸ ـ ۲ توجه کنید که در داخل براکت صورت از مخرج کوچکتر و لذا تابع همواره صفر است.

۱۶۹ ـ ۱ صورت کسر همواره مثبت و مخرج کسر بزرگتر یا مساوی صفر است لذا مقادیر تابع همواره بزرگتر از صفر است.

۱۷۰ ـ ۱ با توجه به نکته ۲۳ صورت هم ارز $7x^7$ و مخرج هم ارز x^7 است.

۱۷۱ ـ ۱ از آنجا که $x \to 0^+$ لذا $2x \to 0^+$ و $\frac{2}{x} \to +\infty$ با توجه به نکته ۲۷ داریم $3^{2x} \to +\infty$ و $(3)^{2/x} \to 1$ اکنون حاصل حدّ $+\infty$ است.

۱۷۲ ـ ۴ با توجه به نکته ۲۷ واضح است.

۱۷۳ ـ ۲ می توان از قاعده هوپیتال (نکته ۲۱) کمک گرفت یا در صورت از $\sqrt{x}$ و در مخرج از $\sqrt{x}$ فاکتور گرفت.

۱۷۴ ـ ۲ حدّ بصورت $\frac{0}{0}$ است از قاعده هوپیتال (نکته ۲۱) کمک بگیرید.

۱۷۵ ـ ۳ مانند تست قبل از قاعده هوپیتال استفاده کنید.

۱۷۶ ـ ۴ توجه کنید که با توجه به نکته ۲۳ عبارت $\sqrt{x^2 + x}$ هم ارز $(x + \frac{1}{2})$ است.

۱۷۷ ـ ۴ وقتی $x \to \pi/2^+$ آنگاه $tgx \to -\infty$ پس حدّ چپ تابع برابر $\frac{10}{3}$ است و وقتی $x \to \pi/2^-$ آنگاه $tgx \to +\infty$ و حدّ تابع برابر صفر است چون حدّ چپ و راست نابرابرند گزینه ۴ درست است.

۱۷۸ ـ ۴ صورت کسر وقتی $x \to +\infty$ هم ارز x و مخرج هم ارز $-2x$ است.

۱۷۹ ـ ۱ چون $f(2) = 4$ حدّ مطلوب برابر $f'(2)$ است. و چون $f'(x) = \frac{3x^2 - 2}{\sqrt{x^3 - 2x}}$ است لذا $f'(2) = 5$ می باشد.

۱۸۰ ـ ۳ صورت کسر هم ارز $5x$ و مخرج هم ارز $-9x$ است.

۱۸۱ ـ ۳ در نقطه $x = 2$ حدّ چپ‌وراست مساوی مقدار تابع **نیست.**

۱۸۲ ـ ۳ با توجه به نکته ۲۵ مخرج هم ارز $\frac{x^2}{2}$ و صورت نیز هم ارز x^2 است.

۱۸۳ ـ ۱ توجه کنید وقتی $x \to \infty$ عبارات **Sinx** و **Cosx** اعدادی بین -1 و 1 می باشند لذا در مقابل x ارزشی ندارند بنابراین صورت و مخرج کسر با x هم ارزند.

۱۸۴ ـ ۳ مخرج کسر صورت مبهم $\infty - \infty +$ را دارد. صورت و مخرج را در مزدوج مخرج ضرب کنید ضمناً توجه‌داشته‌باشیدوقتی $x \to +\infty$ عبارات $\sqrt{x - \sqrt{x}}$ و $\sqrt{x + \sqrt{x}}$ هردو با $\sqrt{x}$ هم ارزند داریم:

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{1}{\sqrt{x + \sqrt{x}} - \sqrt{x - \sqrt{x}}} = \lim_{x \to +\infty} \frac{\sqrt{x + \sqrt{x}} + \sqrt{x - \sqrt{x}}}{x + \sqrt{x} - (x - \sqrt{x})} =$$

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{2\sqrt{x}}{2\sqrt{x}} = 1$$

۱۸۵ ـ ۳ ابتدا $f(x)$ را برحسب نسبت مثلثاتی tg بنویسید سپس از هم ارزی tgU و U استفاده کنید.

۱۸۶ ـ ۱ حدّ صورت مبهم $\frac{\pm\infty}{\pm\infty}$ را دارد و می توانید $f(x)$ را بصورت $\frac{Cotg5x}{Cotg3x}$ بنویسید اکنون حدّ صورت مبهم $\frac{0}{0}$ را دارد و می توانید از قاعده هوپیتال کمک بگیرید.

۱۸۷ ـ ۴ مجدداً می توانید از قاعده هوپیتال کمک بگیرید.

۱۸۸ ـ ۴ حدّ صورت مبهم $0 \times \infty$ را دارد کافی است tg را برحسب Sin و Cos نوشته و از قاعده هوپیتال بهره بگیریم.

۱۸۹ ـ ۳ وقتی $x \to 1$ مخرج مثبت و بسیار کوچک است و چون حدّ تابع $-\infty$ است صورت باید منفی باشد لذا $m \times 1 - 2 < 0$ یعنی $m < 2$ و به همین ترتیب برای $x = 3$ باید $m\,3 - 2 > 0$ یعنی $m > \frac{2}{3}$ باشد.

۱۹۰ ـ ۳ دوبار از نکته ۲۵ استفاده کنید ابتدا بجای $1-Cosx$ عبارت $\frac{x^2}{2}$ را قرار دهید سپس بجای $1 - Cos\frac{x^2}{2}$ عبارت $\frac{(x^2/2)^2}{2}$ را قرار دهید.

۱۹۱ ـ ۱ هنگامی که $x \to 1^+$ مقدار $[x]$ برابر یک می باشد ولی $x - 1$ عدد مثبت و بسیار کوچکی است، لذا حدّ تابع برابر صفر است.

۱۹۲ ـ ۲ فقط حدّ تابع گزینهٔ ۲ موجود و برابر صفر است.

۱۹۳ ـ ۲ مخرج کسر صورت مبهم $\infty - \infty$ را دارد و با ضرب کردن در

مزدوج باید مانند تست ۱۸۴ رفع ابهام شود.

۱۹۴ ـ ۲ از نکته ۲۳ استفاده کنید.

۱۹۵ ـ ۱ از نکته ۲۳ استفاده کنید.

۱۹۶ ـ ۳ در نقطه $x = 1$ حدّ چپ تابع برابر 1 و حدّ راست صفر است پس در 1 ناپیوسته است لذا گزینه ۳ غلط است که مطلوب مسئله می باشد.

۱۹۷ ـ ۴ در تمام نقاط $\frac{3}{2}$ و 1 , $\frac{1}{2}$, 0 , $-\frac{1}{2}$ و 1- و $\frac{-3}{2}$ و 2- تابع ناپیوسته است.

۱۹۸ ـ ۱ توجه کنید که $\sqrt{x}$ وقتی $x = 1$ است از مقدار صحیح 1 می گذرد. با توجه به نکته ۲۸ مسئله حل است.

۱۹۹ ـ ۲ چون $|f| \leq 2$ است لذا در نقاط ± 1 تابع جدید دارای حدّی بصورت $a \times 0$ است که $|a| < 2$ بنابراین حدّش برابر صفر خواهد بود.

۲۰۰ ـ ۲ چون $f(1) = 2$ حدّ مربوطه مقدار مشتق در نقطه $x = 1$ است.

۲۰۱ ـ ۳ حدّ صورت مبهم $\infty \times 0$ را دارد که با تبدیل tg به Cotg بصورت مبهم $\frac{0}{0}$ درمی آید و با استفاده از قاعده هوپیتال نتیجه حاصل می شود.

۲۰۲ ـ ۱ حدّ صورت مبهم $\frac{0}{0}$ را دارد از قاعده هوپیتال کمک بگیرید.

۲۰۳ ـ ۱ با استفاده از نکته ۲۵ مسئله حل است.

۲۰۴ ـ ۳ چون مخرج همواره مثبت است باید صورت منفی باشد یعنی $a \times 1 - 2 < 0$ و نتیجه حاصل می شود.

۲۰۵ ـ ۳ مخرج حدّ صورت مبهم $\infty - \infty$ را دارد باید رفع ابهام شود. می توانید از رفع ابهام استفاده کنید. یعنی صورت و مخرج کسر را در $2x + \sqrt{x^2 - 1}$ ضرب کنید.

روش دوم: می توانید با توجه به نکته ۲۳ بجای $\sqrt{x^2 + 1}$ عبارت x- را جایگزین کنید.

۲۰۶ ـ ۱ حدّ صورت مبهم $\frac{0}{0}$ را دارد از قاعده هوپیتال استفاده کنید.

۲۰۷ ـ ۱ واضح است که صورت تست همان تعریف حدّ تابع در نقطه $x = x_0$ است.

۲۰۸ ـ ۴ تابع $f(tgx)$ روی فاصله $]\frac{\pi}{2}$ و $\frac{\pi}{4}[$ تعریف و در نقطه $x = \frac{\pi}{2}$ حدّ ندارد.

۲۰۹ ـ ۳ توجه کنید که حدّ $[x]$ وقتی $x \to \frac{5}{2}$ برابر 2 است. و داریم:

$$\lim_{x \to \frac{5}{2}} x\,[x] = \frac{5}{2} \times 2$$

۲۱۰ ـ ۴ صورت مبهم $\frac{0}{0}$ را خواهیم داشت بهتر است رفع ابهام شود. توجه کنید که صورت کسر را می توان بصورت $(x + h - x)\,((x + h)^2 + x(x + h) + x^2)$ نوشت.

تذکر: از تعریف مشتق تابع $f(x) = x^3$ درنقطهٔ $x=0$ نیزمی توان استفاده کرد.

۲۱۱ ـ ۲ نامساوی ذکرشده معادل نامساوی $\left|\frac{2x - 2x - 2}{x + 1}\right| < \beta$ است و این نامساوی با $\left|\frac{x + 1}{2}\right| < \frac{1}{\beta}$ معادل است و تنها گزینه ۲ برای این نامساوی کافی است.

۲۱۲ ـ ۴ نامساوی را بصورت $(2x - 1)^2 + 1 > N$ نوشته و داریم:

$(2x - 1)^2 > N - 1$ شرط کافی برای نامساوی اخیر این است که $2x - 1 > \sqrt{N - 1}$ و این نامساوی همان نامساوی گزینه ۴ است.

۲۱۳ ـ ۱ صورت و مخرج حدّ را در $\sqrt{1 + Cosx}$ ضرب کنید حاصل حدّ برابر $\sqrt{2}$ می شود که براساس فرض مسئله حاصل حدّ برابر a است.

روش دوم: با توجه به نکته ۲۵ بجای $1 - \cos x$ هم ارزش یعنی $\frac{x^2}{2}$ را قرار دهید.

۲۱۴ ـ ۳ حدّ $\frac{4x^2 - x + 1}{3x^2 + x - 1}$ وقتی x به سمت $-\infty$ میل می‌کند برابر $\frac{4}{3}$ است و حدّ $(\frac{4}{3})^x$ وقتی $x \to -\infty$ برابر 0 است.

۲۱۵ ـ ۲ از هم ارزی tgU، و U کمک بگیرید.

۲۱۶ ـ ۴ هنگامی که از هم ارزی، استفاده کنید صورت کسر معادل $n!x^n$ است و چون $n > k$ است لذا حدّ تابع صفر می باشد.

۲۱۷ ـ ۴ حدّ صورت مبهم $\infty - \infty$ را دارد و باید رفع ابهام شود.

۲۱۸ ـ ۲ اولاً $f(0) = 1$ اگر نشان دهیم حدّ تابع در نقطه صفر نیز برابر یک است لذا تابع پیوستگی خواهد داشت با توجه به نکته ۲۵ داریم:

$$\lim_{x \to 0^+} f(x) = \lim_{x \to 0^+} \frac{x\sqrt{2}}{\sqrt{1 - \cos 2x}} = \lim_{x \to 0^+} \frac{x\sqrt{2}}{\sqrt{(2x)^2/2}} = 1$$

۲۱۹ ـ ۲ وقتی $x \to 1^+$ آنگاه $[x] = 1$ است و $x - 1$ مقداری مثبت و بسیار کوچک است و داریم:

$$\lim_{x \to 1^+} \frac{(-1)^{[x]}}{x - 1} = \frac{(-1)^1}{x - 1} = -\infty$$

از طرفی وقتی $x \to 1^-$ آنگاه $[x] = 0$ و $x - 1$ مقداری منفی و بسیار کوچک است داریم:

$$\lim_{x \to 1^-} \frac{(-1)^{[x]}}{x - 1} = \lim_{x \to 1^-} \frac{(-1)^0}{x - 1} = \lim_{x \to 1^-} \frac{1}{x - 1} = -\infty$$

۲۲۰ ـ ۴ چون x نمی تواند از سمت مقادیر بزرگتر از 1 ـ به سمت 1 ـ برود

پس حدّ وجود ندارد.

۲۲۱ ـ ۴ حدّ بصورت $\infty + \infty+$ می باشد.

۲۲۲ ـ ۳ تنها در گزینه ۳ حدّ چپ و راست در $x = 0$ نابرابر است.

۲۲۳ ـ ۱ چون $x - [x]$ کراندار است $(-1 \leq x - [x] \leq 1)$ و $x \to 0$ لذا حدّ $x(x - [x])$ وقتی $x \to 0$ برابر صفر است.

۲۲۴ ـ ۴ توجه کنید که عبارت $\text{Sinx} + 2$ همواره بزرگتر یا مساوی 1 است بنابراین هیچگاه برابر صفر نمی شود.

۲۲۵ ـ ۱ حدّ چپ و راست تابع در نقطه $x = 3$ برابر 3 است.

۲۲۶ ـ ۴ توجه کنید که تابع در صفر تعریف شده اما در $]-1, 1[- \{0\}$ تعریف نشده است.

۲۲۷ ـ ۴ وقتی $x \to \infty$ مخرج کسر هم ارز $\sqrt{x}$ است.

۲۲۸ ـ ۴ حدّ بصورت $\frac{0}{0}$ است از قاعده هوپیتال استفاده کنید توجه کنید که چون $a < 0$ است لذا $\sqrt{a^2} = |a| = -a$ می باشد.

۲۲۹ ـ ۴ حدّ صورت مبهم $\frac{0}{0}$ را دارد از قاعده هوپیتال استفاده کنید.

۲۳۰ ـ ۳ با توجه به هم ارزی SinU و U صورت کسر هم ارز Cotgx است. توجه کنید که وقتی $x \to \pi/2$ عبارت Cotgx بسمت صفر می رود.

۲۳۱ ـ ۳ حدّ عبارت داخل پرانتز برابر $\frac{1}{3}$ و حدّ توان برابر 2 است لذا حاصل حدّ برابر $(\frac{1}{3})^2$ می باشد.

۲۳۲ ـ ۴ درگزینهٔ ۱ تابع روی $]-\infty , \infty[$ تعریف نشده و درگزینه ۲ تابع در $x = 2$ ناپیوسته است.

۲۳۳ ـ ۲ با توجه به قاعده زنجیری اگر قرار دهیم $U = \text{Cosx}$ مشتق $f(x)$

بصورت زیر محاسبه می شود.

$f(x) = \text{Sin } U \Rightarrow f'(x) = U' \text{ CosU} = (\text{-Sinx}) \text{ Cos } (\text{Cosx})$

اکنون اگر بجای x صفر قرار دهید خواهید دید که $f'(0) = 0$ است.

۲۳۴ ـ ۲ چون f'' در $x = 0$ صفر می شود ولی تغییر علامت نمی دهد گزینه جهار درست است.

۲۳۵ ـ ۱ وقتی از سمت مقادیر کوچکتر به $\frac{1}{2}$ - نزدیک می شویم هر دو عبارت $x - 1$ و $2x + 1$ منفی اند و ضابطه تابع بصورت $f(x) = -x - 2$ بوده و مشتق عبارت اخیر برابر 1- است.

۲۳۶ ـ ۱ چون $f'(x) = 2x + 1$ کافی است بجای x عبارت $\text{Sin}^2 2x$ را قرار دهید.

۲۳۷ ـ ۴ توجه کنید که $\text{Sinx} - 1$ همواره منفی است و $\text{Sinx} + \frac{1}{2}$ در نزدیکی $x = \frac{\pi}{2}$ مثبت لذا تابع در نزدیکی $x = \frac{\pi}{2}$ بصورت $f(x) = 2\text{Sinx} - \frac{1}{2}$ خواهد بود و بنابراین تابع در $x = \frac{\pi}{2}$ مشتق پذیر است.

۲۳۸ ـ ۴ تابع را بصورت $f(x) = x^2 |x - 1|$ می نویسیم اکنون در $x = 0$ تابع مشتق پذیر است.

۲۳۹ ـ ۱ با استفاده از تعریف می بینیم مشتق چپ و راست $-\infty$ است.

۲۴۰ ـ ۱ نقطهٔ $x = -a$ نقطه عطف است پس $a = -2$ است. (نکتهٔ ۱۵)

۲۴۱ ـ ۳ قرار دهید $U = f(x)$ و از قاعده زنجیری استفاده کنید.

۲۴۲ ـ ۲ براساس تعریف مشتق حدّ مطلوب مشتق f در نقطه $x = 1$ است.

۲۴۳ ـ ۴ توجه کنید که مشتق چهارم y با خود y برابر است یعنی $y^{(4)} = y$ با توجه به این مطلب چون 96 مضربی از 4 است لذا $y^{(96)} = y$ بنابراین $y^{(97)} = y'$ است.

۲۴۴ ـ ۲ در وهله اول با استفاده از قاعده زنجیری $h'(x) = (-8x)\, f'\,(1- 4x^2)$ خواهد بود اکنون با مشتق‌گیری مجدد داریم:

$$h''(x) = -8\, f'\,(1 - 4x^2) + (-8x)\,[(-8x\, f''\,(1 - 4x^2)] \Rightarrow$$

$$h''\,(0) = -8f'\,(1) = -8$$

۲۴۵ ـ ۳ با توجه به نکته ۳۰ مقدار مطلوب برابر $\frac{1}{9}$ است.

۲۴۶ ـ ۳ کافی است قرار دهیم $U = Cos^2x$ و از قاعده زنجیری کمک بگیریم داریم:

$$f'(x) = (Cos^2x)'\, f'\,(Cos^2x) = -2Sinx\, Cosx\, .\, f'\,(Cos^2x) = -Sin2x\, f'\,(Cos^2x)$$

۲۴۷ ـ ۱ ابتدا بجای $Cos2x$ مقدار $1 - 2Sin^2x$ را قرار داده و با قراردادن $U = Sinx$ داریم $y = U^3 + 1 - 2U^2 + 4U$ بنابراین $y' = 3U^2 - 4U + 4$ اکنون بجای U مقدار Sinx را قرار دهید.

۲۴۸ ـ ۳ با استفاده از تعریف مشتق و اینکه $f(0) = 0$ داریم:

$$f'\,(0) = \lim_{x \to 0} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = \lim_{x \to 0} \frac{x^2\, Sin\, {}^1\!/_x}{x} = 0$$

۲۴۹ ـ ۱ با توجه به نکته ۳۱ چون $x^2 + mx - 2$ نمی تواند ریشه مضاعف داشته باشد پس $x = 2$ باید ریشه مضاعف زیر رادیکال باشد یعنی $x = 2$ باید ریشه $x^2 + mx - 2$ باشد یعنی باید $4 + 2m - 2 = 0$ باشد لذا یعنی $m = -1$ است.

۲۵۰ ـ ۴ مشتق تابع بصورت $y' = 2Sinx\, Cosx + Cosx$ است که اگر

از Cosx فاکتور بگیریم ریشه های مشتق برابر $\frac{\pi}{2}$ و $\frac{3\pi}{2}$ و $-\frac{\pi}{6}$ و $\frac{8\pi}{6}$ است با جایگذاری این مقادیر در تابع ماکزیمم مطلوب حاصل می شود.

روش دوم: تابع را بصورت $y = (Sinx + \frac{1}{2})^2 - \frac{1}{4}$ بنویسید چون $-1 \leq Sinx \leq 1$ است $-\frac{1}{2} \leq Sinx + \frac{1}{2} \leq \frac{3}{2}$ لذا $0 \leq (Sinx + \frac{1}{2})^2 \leq \frac{9}{4}$ و $-\frac{1}{4} \leq (Sinx + \frac{1}{2})^2 - \frac{1}{4} \leq 2$ است.

۲۵۱ ـ ۱ چون روی فاصله $]0 , \pi[$ عبارت Sinx مثبت است داریم:

$$y' = \frac{(-Sinx)}{\sqrt{1 - Cos^2x}} = -\frac{Sinx}{|Sinx|} = -\frac{Sinx}{Sinx} = -1$$

۲۵۲ ـ ۴ طرفین را بتوان ۳ رسانده و بین x و y یک رابطه ضمنی حاصل می شود داریم:

$$y^3 = x^2 + y \Rightarrow y^3 - x^2 - y = 0 \Rightarrow y' = -\frac{-2x}{3y^2 - 1}$$

۲۵۳ ـ ۲ ابتدا اگر x^0 را به رادیان تبدیل کنیم $y = Sin \frac{\pi}{180} x$ است داریم:

$$y' = \frac{\pi}{180} Cos \frac{\pi}{180} x = \frac{\pi}{180} Cos (x^0)$$

۲۵۴ ـ ۱ توجه کنید که $x = 1$ ریشه عبارت زیر رادیکال نمی باشد.

۲۵۵ ـ ۴

$$\lim_{x \to 0^-} \frac{\sqrt{1 - \sqrt{1 - x^2}} - 0}{x - 0} = \lim_{x \to 0^-} \frac{\sqrt{1 - (1 - x^2)}}{x\sqrt{1 + \sqrt{1 - x^2}}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

به صورت مشابه مشتق راست $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ است و بنابراین تابع مشتق ندارد.

۲۵۶ ـ ۱ چون $y = h - 1$ لذا $y' = h'$ است.

۲۵۷ ـ ۴ با توجه به نکته ۳۰ مقدار $y_M y_m$ برابر $\frac{-8}{-3}$ است.

۲۵۸ ـ ۴ بنابر نکته ۳۲ معادله $y' = 0$ باید ریشه مضاعف داشته باشد یعنی $x^2 + mx + 1 = 0$ باید ریشه مضاعف داشته باشد بنابرنکته عبارت

$2x+m = 0$ باید ریشه مضاعف داشته باشد.

۲۵۹ ـ ۳ مشتق تابع برابر $2(1+tg^2 2x)$ است بجای x صفر قرار دهید.

۲۶۰ ـ ۳ ازنکته ۳۳ استفاده کنید.

۲۶۱ ـ ۲ چون $y' = 4x^3 - 6x$ ریشه هایش $x = 0$ و $x = \pm \sqrt{\frac{3}{2}}$ است و $f(0) = 3$ و $f(\sqrt{\frac{3}{2}}) = f(-\sqrt{\frac{3}{2}}) = \frac{3}{4}$ است y همواره بزرگتر از $\frac{3}{4}$ است و بنابراین محور xها را قطع نمی کند.

۲۶۲ ـ ۴ با توجه به نکته ۶۳ همواره $f(x) = g(x) + k$ می باشد.

۲۶۳ ـ ۳ چون $y'' = 6x - 6$ طول نقطه عطف $x = 1$ است و چون عرض نقطه عطف 5 است لذا باید $m + 3 - 1 = 5$ باشد پس $m = 7$ است.

۲۶۴ ـ ۱ توجه کنید که $f'(x) = 2 \operatorname{Sinx} \operatorname{Cosx} = \operatorname{Sin2x}$ است اکنون بجای x مقدار $\sqrt{x}$ را قرار دهید.

۲۶۵ ـ ۱ توجه کنید که $f(x) = |tg \frac{x}{2}|$ است.

۲۶۶ ـ ۳ در اینجا باید از قاعده زنجیری استفاده کنیم. داریم:

$$[f(Sin^2 2x)]' = (4Sin2x\ Cos2x)\ f'(Sin^2 2x) =$$

$$2Sin4x\ f'(Sin^2 2x)$$

۲۶۷ ـ ۱ کافی است به صورت کسر $f(a)$ را اضافه و کم کنیم حدّ مطلوب برابر می شود با:

$$\lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(a+\Delta x) - f(a) + f(a) - f(a-\Delta x)}{2\Delta x} =$$

$$\lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(a+\Delta x) - f(a)}{2\Delta x} + \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(a) - f(a-\Delta x)}{2\Delta x} =$$

$$\frac{f'(a)}{2} + \frac{f'(a)}{2} = f'(a)$$

۲۶۸ ـ ۴ بوضوح مشتق تابع یعنی $2\text{Cos}x - 1$ روی $]0, \frac{\pi}{6}[$ منفی است.

۲۶۹ ـ ۲ با توجه به نکته ۲۹ مشتق تابع بصورت $\frac{-y^2\,\text{Sin}xy^2 + y\text{Cos}x}{-2xy\,\text{Sin}xy^2 + \text{Sin}x}$ - خواهد بود که در نقطه $(1, -\frac{\pi}{2})$ برابر $\frac{-\text{Sin}(-\pi/2) + \text{Cos}(-\pi/2)}{-2(-\pi/2)\,\text{Sin}(-\pi/2) + \text{Sin}\,\pi/2}$ است که این خود $\frac{1}{1+\pi}$ است.

۲۷۰ ـ ۲ با توجه به نکته ۳۵ مشتق تابع بصورت $|3x| + x\frac{9x}{|3x|}$ بوده و این خود $2|3x|$ است.

۲۷۱ ـ ۲ توجه کنید هر تابعی محور y را در نقطه ای که $x = 0$ است قطع می کند لذا باید $f'(0) = \text{tg}45^\circ = 1$ باشد.

۲۷۲ ـ ۲ مشتق تابع بصورت $\frac{1}{2\sqrt{x}} + 1$ و در نزدیکی مبدا بسیار بزرگ است بنابراین بر محور yها مماس است.

۲۷۳ ـ ۲ راه عادی بسیار طولانی است و باید تکنیک تستی بکار گرفت داریم:

$$y' = \frac{dy}{dx} = \frac{d(3\,\text{Sin}\alpha + 1)}{d(1 - 3\,\text{Cos}\alpha)} = \frac{3\text{Cos}\alpha\,d\alpha}{3\text{Sin}\alpha d\alpha} = \text{Cotg}\alpha$$

۲۷۴ ـ ۱ مشتق تابع برابر $\text{Cos}x - 1$ است که همواره مثبت است.

۲۷۵ ـ ۱ منحنی موقعی محور xها را قطع می کند که $y = 0$ باشد لذا باید x برابر $\frac{\pi}{6}$ باشد و چون $f'(\frac{\pi}{6}) = -\sqrt{3}$ لذا با زاویه $\frac{2\pi}{3}$ محور xها را قطع می کند.

۲۷۶ ـ ۳ با محاسبه ای کوتاه خواهیم دید $yz = 1$ و بنابراین $(yz)' = 0$ یعنی $y'z + z'y = 0$ است.

۲۷۷ ـ ۲ چون $(f^{-1})' = \frac{1}{f'}$ لذا اگر f صعودی باشد f^{-1} نیز صعودی است.

۲۷۸ ـ ۳ ابتدا رابطه داده شده را بصورت $\sqrt[5]{x} + \sqrt[5]{y} - 16 = 0$ نوشته و از نکته ۲۹ می توان y'_x را محاسبه نمود.

۲۷۹ ـ ۴ ابتدا طرفین را بتوان رسانده و رابطه $y^4 = y + \frac{1}{x}$ را خواهیم داشت با توجه به نکته ۲۹ مسئله واضح است.

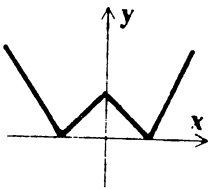
۲۸۰ ـ ۳ چون $f(a) = 0$ این نقطه روی‌محور x هااست‌وچون $f'(a) = 0$ و $f''(a) \neq 0$ نقطه $x = a$ نقطه اکسترمم است و چون $f''(a) < 0$ لذا تقعر منحنی بسمت‌پایین‌بوده و نقطه $x = a$ نقطهٔ ماکزیمم است.

۲۸۱ ـ ۳ از قاعده زنجیری مشتق h را حساب می‌کنیم داریم $h'(x) = g'(x) \cdot f'(g(x))$ با جایگذاری $x = 0$ چون $g(o) = 1$ داریم

$$h'(0) = g'(0) \cdot f'(1) = 0$$

۲۸۲ ـ ۲ $(fg)'(a) = f'(a)g(a) + g'(a)f(a) = 0$

۲۸۳ ـ ۳ شکل این منحنی بصورت



مقابل است و در نقاط شکستگی یعنی $x = 0, 2, -2$ مشتق وجود ندارد.

۲۸۴ ـ ۴ با توجه به نکته ۳۶ چون عرض نقطه مینیمم که خود یک اکسترمم است پس $y = 0$ باید ریشه مضاعف داشته باشد پس $x^2 + mx + 16 = 0$ ریشه مضاعف داشته باشد.

۲۸۵ ـ ۳ با توجه به نکته ۳۱ باید a مساوی 1 باشد تا زیر رادیکال دارای ریشه مضاعف 1 باشد.

۲۸۶ ـ ۱ دو تابع در صورتی مساویند که اولاً دامنه شان مساوی و روی دامنهٔ

مشترک با یکدیگر مساوی باشند.

۲۸۷ ـ ۳ مشتق $f(x^2)$ برابر $2xf'(x^2)$ است که این خود برابر $\frac{2x}{x^2}$ است.

۲۸۸ ـ ۳ ابتدا رابطه را بصورت $x^2 + y^2 - xy = 0$ نوشته از نکته ۲۹ کمک می‌گیریم.

۲۸۹ ـ ۲ با استفاده از تعریف مشتق چپ و راست هردو صفرند.

۲۹۰ ـ ۱ توجه کنید که $f(0) = 0$ و در نزدیکی صفر مقادیر f مثبت است.

۲۹۱ ـ ۳ از آنجا که f در $x = 2$ مشتق پذیر است پس مشتق چپ f در 2 برابر مشتق راست است یعنی $4a = 2$ پس $a = \frac{1}{2}$ از طرفی f باید در $x = 2$ پیوسته باشد یعنی حدّ چپ و راست برابر باشند داریم:

$$2 \times 2 + 1 = 4a + b \Rightarrow b = 3$$

۲۹۲ ـ ۳ دو تابع در مبدا یکدیگر را قطع می‌کنند و مماس بر $y = Sinx$ در مبدا بصورت $y = x$ و مماس بر $y = x + Sinx$ بصورت $y = 2x$ است که زاویه بین دو مماس از $\frac{\pi}{6}$ کوچکتر است.

۲۹۳ ـ ۳ با توجه به نکته ۳۱ مسئله واضح است.

۲۹۴ ـ ۱ توجه کنید که ممکن است $y'' = 0$ باشد ولی نقطه عطف نداشته باشیم مثل $y = x^4$. در صورتی که در نقاط عطف باید $y'' = 0$ باشد.

۲۹۵ ـ ۳ با توجه به نکته ۳۷ مسئله حل است.

۲۹۶ ـ ۲ با توجه به نکته ۲۹ عبارت x'_y برابر $\frac{-4y^3 - x^2}{5x^4 + 2xy}$ است و وقتی $y = 0$ آنگاه $x = 1$ پس $x'(0) = -\frac{0 + 1}{5 + 0} = -\frac{1}{5}$

۲۹۷ ـ ۳ توجه کنید معادله مکان بصورت $y + x = 1$ است.

۲۹۸ ـ ۳ مشتق تابع روی $]2 , +\infty[$ مثبت است.

۲۹۹ـ۳ در نقطه $x = \frac{\pi}{2}$ مشتق تابع صفر می شود ولی تغییر علامت نمی دهد پس ۱ و ۲ درست نیست اما $y'' = -\cos x$ در $x = \frac{\pi}{2}$ صفر است.

۳۰۰ـ۲ اگر $x > 0$ باشد $f(x) = 2$ است و $f'(x) = 0$ خواهد بود.

۳۰۱ـ۳ چون $y' = 3x^2 - 2(m+2)x + 3$ باید همواره مثبت باشد لذا چون ضریب x^2 مثبت است باید دلتای عبارت، منفی باشد یعنی $\Delta = 4(m+2)^2 - 36 < 0$ و نامعادله اخیر نتیجه لازم را خواهد داد.

۳۰۲ـ۲ چون $y' = 3x^2 - 3$ روی $[0, -1[$ منفی است تابع در این فاصله اکسترمم ندارد و چون $f(0) = -1$ و $f(-1) = 1$ لذا کمترین مقدار f برابر -1 است.

۳۰۳ـ۱ با توجه به نکته ۳۸ در $x = 1$ یک نقطه اکسترمم خواهیم داشت و چون $f(1) = 0$ و در حوالی نقطه $x = 1$ مقادیر تابع مثبت است لذا تابع در آن نقطه مینیمم دارد.

۳۰۴ـ۲ بنا برنکته ۳۱ ریشه های مضاعف زیر رادیکال با فرجه فرد نقطه بازگشت می باشند اگر $k = 0$ باشد $x = 0$ ریشه مضاعف زیر رادیکال و اگر $k = 1$ باشد $x = 1$ ریشه مضاعف زیر رادیکال است.

۳۰۵ـ۳ با توجه به نکته ۱۵ نقطه $x = n$ نقطه عطف است.

۳۰۶ـ۲ توجه کنید که $\frac{UV' + VU'}{VV'} = 0$ است یعنی $UV' + VU' = 0$ بنابراین $(UV)' = 0$ لذا با توجه به نکته ۶۳ عبارت UV ثابت است.

۳۰۷ـ۴ با استفاده از قاعده زنجیری $y' = 2x \cdot f'(x^2)$ است.

۳۰۸ـ۱ با قراردادن $U = x^3$ داریم $y = U^{4/3} + U$ و مشتق y نسبت به U برابر $\frac{4}{3}U^{1/3} + 1$ است و این خود برابر $\frac{4}{3}x + 1$ است.

۳۰۹ـ۱ مشتق $f(3x)$ برابر $3f'(3x)$ است که این خود $\frac{1}{3x} \times 3$ است.

۳۱۰ـ۲ خط $x = -1$ مجانب قائم و منحنی $y = x^2 - x + 1$ نیز مجانب دیگر است. توجه داشته باشید که مجانب یک منحنی گاهی اوقات یک خط و گاهی اوقات یک شاخه از منحنی می باشد.

۳۱۱ـ۱ فقط $x = 2$ مجانب است.

۳۱۲ـ۲ با توجه به نکته ۲۵ وقتی $x \to \pm\infty$ تابع $f(x)$ با $\frac{x}{x^2 + 2}$ هم ارز است که حدّ این عبارت وقتی $x \to \pm\infty$ برابر صفر است.

۳۱۳ـ۳ وقتی $x \to +\infty$ عبارت $\frac{1}{x^2 + 2}$ به‌سمت صفر می رود و لذا با توجه به نکته ۲۴ بجای $\frac{1}{x^2 + 2}$ tg هم ارزش یعنی $\frac{1}{x^2 + 2}$ را قرار داده و حدّ بگیرید خط $y = 1$ حاصل می شود.

۳۱۴ـ۳ تابع را بصورت $y = \sqrt[3]{x^3 + x^2}$ نوشته و از نکته ۲۳ کمک بگیرید.

۳۱۵ـ۳ وقتی $x \to +\infty$ آنگاه $y \to 0$ پس $y = 0$ مجانب افقی است.

۳۱۶ـ۴ خطوط $x = 1$ و $x = 2$ مجانب های قائم و $y = x + 1$ مجانب مایل است توجه کنید که وقتی $x \to \pm\infty$ در صورت $x - 1$ نقشی ندارد و حذف می شود.

۳۱۷ـ۳ مجانبهای مایل بصورت $y = ax \pm x$ است اگر $a = 2$ یا $a = 4$ باشد ضریب زاویه مجانب مایل برابر 3 می شود.

۳۱۸ـ۴ اگر $t \to 0$ آنگاه $x \to -\infty$ و $y \to +\infty$ لذا این می تواند یک مجانب مایل باشد که ضریب زاویه اش برابر -1 است. $\lim_{t \to 0} \frac{y}{x}$

۳۱۹ـ ۴ خارج قسمت کسر گزینه ۴ است.

۳۲۰ـ ۱ خط $x = 0$ مجانب قائم و خطوط $y = \pm(x - 1)$ مجانبهای مایلند.

۳۲۱ـ ۴ وقتی $x \to \infty$ خط $y = \sqrt{2}\,x$ مجانب است.

۳۲۲ـ ۱ وقتی $x \to \infty$ حدّ $\frac{y}{x}$ برابر 5 است ولی حدّ $5x - \frac{y}{x}$ وقتی $x \to \infty$ موجود نیست.

۳۲۳ـ ۱ وقتی $t \to \pm 1$ یا $t \to \pm\infty$ آنگاه $x \to \pm\infty$ و در هر چهارحالت y بسمت یک عدد میل می‌کند و اینها چهار مجانب افقی را نتیجه خواهند داد.

۳۲۴ـ ۳ وقتی $x \to 1$ آنگاه $y \to +\infty$ پس $x = 1$ یک مجانب قائم است و وقتی $x \to +\infty$ آنگاه $x \to 0$ پس $y = 0$ مجانب افقی است. توجه کنید که x نمی تواند بسمت 1- برود.

۳۲۵ـ ۲ فقط خط $y = x$ مجانب مایل است.

۳۲۶ـ ۲ خطوط $y = \pm 1$ مجانبهای افقی اند.

۳۲۷ـ ۱ فقط $x = a$ مجانب می باشد.

۳۲۸ـ ۳ فقط $x = 1$ مجانب قائم است توجه کنید که $D_f = [0, 1]$ است.

۳۲۹ـ ۴ ریشه های مخرج $\frac{\pi}{6}$ و $\frac{5\pi}{6}$ هستند بعلاوه در نقاط $x = \frac{\pi}{2}$ و $x = \frac{3\pi}{2}$، صورت کسر یعنی tgx بی نهایت است و چهار نقطه اخیر مجانبهای قائم اند.

۳۳۰ـ ۲ خطوط $y = 2x + 1$ و $y = -1$ مجانبهای تابع می باشند.

۳۳۱ـ ۳ وقتی $x \to \pm\infty$ با توجه به نکته ۲۶ مقدار y به سمت 1 میل می‌کند.

۳۳۲ـ ۴ داریم $y = 2x + 1 + \frac{m - 1}{x^2 + 1}$ و $y = 2x + 1$ مجانب منحنی است برای آنکه منحنی بالای مجانب باشد باید $\frac{m - 1}{x^2 + 1}$ مثبت باشد یعنی $m > 1$ باشد.

۳۳۳ـ ۲ خط $y = \sqrt{3}x$ مجانب مایل است و با قراردادن $tg\alpha = \sqrt{3}$ دیده می شود که $\alpha = \frac{\pi}{3}$ است.

۳۳۴ـ ۲ در چنین نمودارهائی مجانب زمانی بوجود می آید که تساوی یک عدد با صفر را داشته باشیم پس $y = 0$ و $x = 0$ و $y = x$ مجانب ها می باشند.

۳۳۵ـ ۱ توجه کنید که تابع بصورت $y = x^2 + m + \frac{x + m + 2}{x^2}$ است.

۳۳۶ـ ۴ با توجه به نکته ۴۲ مقطع بیضی است پس مجانب ندارد.

۳۳۷ـ ۴ با توجه به نکته ۲۶ وقتی $x \to \infty$ داریم $y = x - (x - \frac{a}{2}) = \frac{a}{2}$ پس $\frac{a}{2} = 1$ یعنی $a = 2$

۳۳۸ـ ۲ وقتی t بسمت صفر و ۱ می رود x بسمت بی نهایت و y بسمت عدد میل می کند و دو مجانب افقی بدست می آید وقتی t بسمت ۱ـ می رود هردوی x و y بسمت بی نهایت می روند و مجانب مایل خواهیم داشت.

۳۳۹ـ ۴ با توجه به نکته $y = 3x - a$ مجانب است.

۳۴۰ـ ۴ توجه کنید که وقتی $x \neq 3$ است $y = -(x^2 - 6)$ می باشد.

۳۴۱ـ ۳ با توجه به نکته ۲۳ مسئله واضح است.

۳۴۲ـ ۱ تابع در حوالی $x = 1$ تعریف نشده $y = \pm 1$ مجانبهای افقی اند.

۳۴۳ـ ۱ داریم که $y = \frac{x}{2} - \frac{5}{4} + \frac{5}{4(2x + 1)}$ لذا گزینه ۱ صحیح است.

۳۴۴ـ۳ با توجه به نکته ۲۶ مسئله حل است

۳۴۵ـ۳ خط $x = 0$ مجانب قائم و $y = \pm 1$ مجانب های افقی اند.

۳۴۶ـ۴ اگر $g(x)$ ریشه داشته باشد $\frac{f(x)}{g(x)}$ نمی تواند محدود باشد.

۳۴۷ـ۴ مقدار $tg\frac{2x}{3}$ بازاء $x = \frac{3\pi}{4}$ بی نهایت می شود.

۳۴۸ـ۴ وقتی x بسمت $-\infty$ میل کند y بسمت 0 میل می کند.

۳۴۹ـ۲ مخرج همواره ناصفر است و وقتی $x \to \pm\infty$ آنگاه $y \to 0$

۳۵۰ـ۳ چون $y = x + 1$ مجانب $g(x) + x - 2$ است پس

$\lim_{x \to +\infty} g(x) + x - 2 - (x + 1) = 0$ واین یعنی $\lim_{x \to \infty} (g(x)-3) = 0$

است.

۳۵۱ـ۲ وقتی $x \to +\infty$ آنگاه $y \to \frac{\pi}{2}$ وقتی $x \to 0$ آنگاه $x \to -\infty$

۳۵۲ـ۱ مخرج باید ریشه مضاعف داشته باشد لذا $a = \pm 4$ است.

۳۵۳ـ۱ اولاً $x = 1$ مجانب قائم است ثانیاً وقتی $x \to +\infty$ آنگاه $x \to \pi/2$ و وقتی $x \to -\infty$ آنگاه $y \to 0$ پس $y = 0$ و $y = \pi$ نیز مجانب افقی اند.

۳۵۴ـ۳ اگر معادله را بصورت $y = \pm\sqrt{\frac{x^3 - 8}{x - 3}}$ بنویسیم واضح است که $y = \pm x$ مجانبهای مایل بوده و چون تابع در نزدیکی $x = 3^+$ تعریف شده است در نتیجه مجانب قائم دارد.

۳۵۵ـ۳ در صورتی مجانب ندارد که $x = 2$ ریشه صورت باشد.

۳۵۶ـ۳ وقتی $x \to \infty$ عبارت $\frac{Sinx}{x}$ به سمت صفر میل می کند.

۳۵۷ـ۱ توجه کنید که $\lim_{x \to \infty} x \, Arc\,Cotgx = 1$ است.

۳۵۸ـ ۳ وقتی $x \to \pm\infty$، y بسمت عددی میل نمی‌کند.

۳۵۹ـ ۲ توجه کنید که [-1, 1] جزء دامنه نیست.

۳۶۰ـ وقتی $x \to \pm\infty$ عبارت $\frac{\cos x}{x}$ صفر است.

۳۶۱ـ معادله مذکور معادله یک هذلولی است که مجانبهایش $3(x-1) \pm 2(y-2)=0$ است که بصورت $3x+2y=7$ یا $3x-2y=-1$ نوشته می‌شود.

۳۶۲ـ ۱ معادله را بصورت $(y-4)^2 - 4(x-2)^2 = 4$ بنویسید این معادله یک هذلولی است که مجانبهای آن بصورت $y - 4 = \pm 2(x-2)$ خواهد بود یکی از ایندو $y = 2x$ و دیگری $y = -2x + 8$ می باشد.

۳۶۳ـ ۳ با توجه به نکته ۲۳ مجانب منحنی بصورت $y = mx + n + x - 3$ یا $y = (m+1)x + n - 3$ است و چون $y = 3$ مجانب افقی است باید $m = -1$ و $n = 6$ باشد.

۳۶۴ـ ۱ از آنجاکه $y = \frac{3x+7}{x-2}$ پس $x = 2$ و $y = 3$ مجانبها هستند.

۳۶۵ـ ۴ توجه کنید که $x = \frac{2t}{1+t^2}$ و $y = \frac{1-t^2}{1+t^2}$ داریم:

$$x^2 + y^2 = \frac{4t^2}{(1+t^2)^2} + \frac{(1-t^2)^2}{(1+t^2)^2} = \frac{4t^2 + 1 - 2t^2 + t^4}{(1+t^2)^2} = 1$$

۳۶۶ـ ۱ ابتدا قرینه f را نسبت به نیمساز اول و سوم می یابیم تا f^{-1} حاصل شود سپس قسمتی که پایین محور yها قرار دارد را به بالا منعکس می‌کنیم.

۳۶۷ـ ۲ با توجه به نکته ۲۲ منحنی ۲ واحد به بالا منتقل می شود.

۳۶۸ـ ۱ تکنیک: توجه کنید که تابع همواره مثبت است.

۳۶۹ـ ۲ با توجه به نکته ۴۲ چون $a > 0$ و $\Delta \neq 0$ نتیجه حاصل می شود.

۳۷۰ـ۴ تکنیک: تابع f در فاصله $[-1, -\frac{2}{3}]$ صعودی است پس f' روی این فاصله مثبت است و f در فاصله $[-\frac{2}{3}, 0]$ نزولی است پس روی این فاصله f' منفی است تنها گزینه ۴ روی $[-1, -\frac{2}{3}]$ مثبت و روی $]-\frac{1}{2}, 0[$ منفی است.

۳۷۱ـ۳ دامنه f فاصله $]-1, +\infty[$ است که فقط گزینه ۳ این دامنه را دارد.

۳۷۲ـ۳ توجه کنید که $y = x + |x - 1|$ است.

۳۷۳ـ۲ از نکته ۴۲ و اینکه $a < 0$ و $\Delta > 0$ استفاده کنید.

۳۷۴ـ۱ پیداست که $\lim_{x \to 0^+} f(x) = +\infty$ می باشد.

۳۷۵ـ۱ با توجه به نکته ۴۲ $a > 0$ و $\Delta \neq 0$ است.

۳۷۶ـ۲ چون $x^{2/3} \geq 0$ پس گزینهٔ ۲ یا ۳ درست است و نیز بنا برنکته ۳۱ نقطه $x = 0$ نقطه بازگشت است.

۳۷۷ـ۳ هرجا که $f(x)$ منفی باشد قرینه اش را نسبت به محور xها می یابیم و منحنی گزینه ۳ حاصل می شود.

۳۷۸ـ۲ توجه کنید که مخرج می تواند مثبت و منفی باشد.

۳۷۹ـ۲ تکنیک: تابع همواره مثبت است و باید بالای محور xها باشد.

۳۸۰ـ۲ واضح است که مکان بصورت $x^2 + y^2 = a^2$ می باشد.

۳۸۱ـ۳ تابع بصورت $y = |x - 1| + |x + 2|$ بوده و در فاصله مذکور $x - 1$ منفی و $x + 2$ مثبت می باشد لذا $y = -(x - 1) + x + 2 = 3$ است.

۳۸۲ـ۳ تابع همواره مثبت بوده و در صفر مشتقش بی نهایت است و فقط

منحنی گزینه ۳ حائز این شرایط است.

۳۸۳ـ۲ دامنه تابع بصورت $D_f = \{1\}$ می باشد.

۳۸۴ـ۲ روی دامنه تعریف تابع همواره مثبت است.

۳۸۵ـ۳ دامنه تابع $]1 , \infty[$ بوده و $x = 1$ و $y = 0$ مجانب‌ها هستند.

۳۸۶ـ۱ روی $]-2 , -\infty[$ تابع نزولی است پس f' باید منفی باشد و روی $]-2 , 1[$ تابع صعودی است پس f' مثبت است روی $]1 , \infty[$ تابع نزولی است و مشتق منفی می باشد و فقط گزینهٔ۱این شرایط را برآورده می کند.

۳۸۷ـ۴ بوضوح خطوط $x = \pm 1$ مجانبهای قائم اند.

۳۸۸ـ۱ وقتی $x \to \pm\infty$ عبارت $\frac{Cosx}{x^2}$ بسمت صفر می رود و $y = x$ مجانب مایل است.

۳۸۹ـ۱ وقتی $x > 0$ باشد تابع برابر $-x^2$ است و وقتی $x < 0$ باشد تابع برابر x^2 است. که تنها گزینه ۱ حائز این شرایط است.

۳۹۰ـ۱ تکنیک نمودار نسبت به محور yها تقارن دارد پس معادله اش تابعی زوج خواهد بود که از چهار گزینه فقط گزینه ۱ تابعی زوج است.

۳۹۱ـ۲ توجه کنید که تابع همواره منفی است و همواره پایین محور xها است.

۳۹۲ـ۴ تابع در $x = 0$ تعریف نشده و بقیه جاها برابر 1 است.

۳۹۳ـ۴ تکنیک: تابع همواره نزولی است پس مقادیر مشتق همواره منفی اند از طرفی در نزدیکی صفر مقادیر مشتق به سمت $-\infty$ میل می کند.

۳۹۴ـ۳ مجانب قائم $x = -1$ و مجانب مایل با تقسیم صورت کسر به مخرج بدست می آید و بصورت $y = x + m - 1$ می باشد باید محل تلاقی

ایندو براساس نکته ۴۴ مرکز تقارن باشد یعنی نقطه $A\,|_{0}^{-1}$ روی خط $y = x + m - 1$ قرار دارد لذا $0 = -1 + m - 1$ و در نتیجه $m = 2$ است.

۳۹۵ـ۲ وقتی $x = 0$ است $y = 1$ می باشد و وقتی $x \to +\infty$ آنگاه $y \to 0$ و تنها شکل گزینه ۲ این شرایط را برآورده می کند.

۳۹۶ـ۴ نمودار همواره پایین محور xها قرار دارد چون Sinx روی فاصله $[0, \pi]$ مثبت است تابع گزینه ۴ همواره منفی است.

۳۹۷ـ۱ در نقطه $x = 0$ مقدار y برابر 1 است و فقط گزینه ۱ حائز این شرط است.

۳۹۸ـ۲ چون $x = 0$ و $y = x - 4$ دو مجانب قائم و مایل اند با توجه به نکته ۴۳ گزینه ۲ درست است.

۳۹۹ـ۲ توجه کنید که تابع همواره مثبت بوده و از مبداءِ می گذرد.

۴۰۰ـ۲ تابع را می توان بصورت $y = -1 + \frac{-1}{x^2 - x - 1}$ نوشت.

۴۰۱ـ۲ معادله $x^2 + 1 = x^3 + 1$ دارای دو جواب 0 و 1 است.

۴۰۲ـ۴ در $x = 1$ مقدار تابع صفر است و فقط گزینه ۴ از نقطه (0 , 1) می گذرد.

۴۰۳ـ۳ روی $]-\infty, 0[$ تابع نزولی است و مقادیر مشتق منفی می باشد و روی $]0 , \infty[$ تابع صعودی است لذا مقادیر مشتق مثبت است.

۴۰۴ـ۱ تابع همواره از نقاط $(\sqrt{2}, 1)$, $(-\sqrt{2}, 1)$ می‌گذرد.

۴۰۵ـ۱ تابع همواره از نقطه (2, 0) می گذرد.

۴۰۶ـ۲ مجانبها $x = 3$ و $y = 2$ است و مرکز تقارن محل برخورد ایندو است.

۴۰۷ـ۲ معادله منحنی رامی توان بصورت $y = \frac{2x + 1}{x - 3}$ نوشت و مجانبها $x = 3$ و $y = 2$ بوده و با توجه به نکته ۴۴ مسئله حل است.

۴۰۸ـ۱ محل تلاقی $x = 2$ و $y = x - 1$ مرکز تقارن است. (نکته ۴۴)

۴۰۹ـ۱ نیمسازهای $x = 2$ و $y = 2x$ محورها تقارن هستند.

۴۱۰ـ۳ مجانب های منحنی عبارتند از $y = 3x + 1$ و $y = x + 5$ می باشند با توجه به نکته ۴۴ محل تقاطع ایندو مرکز تقارن تابع است.

۴۱۱ـ۱ مجانب ها $y = 2$ و $y = 2x + 2$ است از نکته ۴۴ کمک بگیرید.

۴۱۲ـ۱ تابع بصورت $y = \frac{x^2 + 3x}{x - 4}$ است که مجانب قائم $x = 4$ است و مجانب مایل $y = x + 7$ می باشد.

۴۱۳ـ۳ محل تقاطع $x = 3$ و $y = x - 1$ مرکز تقارن است. (نکته ۴۴)

۴۱۴ـ۱ بنا بر نکته ۴۲ منحنی ۱ سهمی است و فقط یک محور تقارن دارد.

۴۱۵ـ۳ با توجه به نکته ۵۸ محور xها محور تقارن است.

۴۱۶ـ۴ بنابر نکته ۵۹ خطوط $x - y = 0$ و $x + y - 2 = 0$ مجانب های منحنی اند و با توجه به نکته ۴۴ محل تقاطع ایندو مرکز تقارن است.

۴۱۷ـ۳ براحتی دیده می شود که معادله مکان $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 5$ است و این معادله یک دایره است که بی نهایت محور تقارن دارد.

۴۱۸ـ۲ مکان مزبور بصورت $y = \frac{1}{x - 2}$ است و این منحنی دارای دو مجانب $x = 2$ و $y = 0$ می باشد.

۴۱۹ـ۴ دو معادله را مساوی قرار می دهیم تا محل های تقاطع بدست آید:

$$(x - 1)^3 (x - 2)^4 (x + 3) = (x - 1)^3 (x - 2)^4 (2x - 6) \Rightarrow$$

$$(x - 1)^3 (x - 2)^4 (x - 8) = 0 \Rightarrow x = 1 , x = 2 , x = 8$$

در معادله اخیر ریشه های ۱ و ۸ از درجه ۳ و ۱ بوده و با توجه به نکته ۴۵ محل تقاطع و ریشه $x = 2$ از درجه ۴ بوده و محل مماس شدن دو منحنی است.

۴۲۰ ـ ۳ باید ریشه مضاعف داشته باشیم حالاتی که ریشه مضاعف داریم دو حالت است یا $x = 1$ ریشه $x^2 + mx + 9 = 0$ باشد که $m = -10$ را نتیجه می دهد و وقتی $m = \pm 6$ باشد ریشه مضاعف خواهیم داشت.

۴۲۱ ـ ۱ در حالتی که صورت مضربی از مخرج باشد y ثابت بوده و منحنی موازی محور xها خواهد بود ضریب x صورت قرینه ضریب x مخرج است لذا باید ضریب x^2 و عدد ثابت صورت نیز قرینه ضریب x^2 و عدد ثابت مخرج باشد یعنی باید $a + 2b = -b$ و $2a + b - 4 = -b$ باشد.

۴۲۲ ـ ۲ توجه کنید که $y = 3 - \frac{1}{x^2 + 2x + 2}$ است.

۴۲۳ ـ ۲ مکان مرکز تقارن بصورت $(2m , m - 1)$ می باشد که با حذف m مکان بصورت خط $y = \frac{x}{2} - 1$ بدست می آید.

۴۲۴ ـ ۴ براحتی دیده می شود که اگر $x \neq -1$ باشد $y = x + 2$ است لذا منحنی حاصل یک خط است که یک نقطه از آن برداشته شده.

۴۲۵ ـ ۱ تابع همواره مثبت است و در $x = 0$ مشتق بی نهایت است.

۴۲۶ ـ ۴ توجه کنید که روی $]-\frac{\pi}{2} , \frac{\pi}{2}[$ تساوی $f(x) = x$ را داریم.

۴۲۷ ـ ۴ چون تابع بصورت $y = 1 - \frac{1}{(x + 1)^2}$ است همواره پایین خط $y = 1$ است.

۴۲۸ ـ ۳ فقط در گزینه ۳ خط $y = 1$ مجانب است.

۴۲۹ ـ ۱ تکنیک: روی فاصله $]-1, 0[$ مقادیر تابع مثبت است پس

گزینه های ۲ و ۳ غلط اند چون $x = 1$ مجانب قائم است لذا گزینه ۱ درست است.

۴۳۰ـ ۴ نقطه m در معادله $y = 0$ صدق می کند با جایگذاری m در معادله داریم $0 = m^3 - m^3 - 4m - 4$ و لذا $m = -1$ است.

۴۳۱ـ ۱ مجموع سه ریشه برابر 7 است و چون مجموع دوتای آنها برابر 8 است ریشه سوم برابر 1- است و با قراردادن 1- در معادله نتیجه حاصل می شود.

۴۳۲ـ ۱ با توجه به نکته ۴۷ $\alpha^3 + \beta^3 + \gamma^3 = 3\alpha\beta\gamma$ است چون $\alpha\beta\gamma = -m$ است داریم $7 = 3 \times (-m)$ و این یعنی $m = -\frac{7}{3}$ است.

۴۳۳ـ ۴ با توجه به نکته ۴۸ ریشه مضاعف در معادله $3x^2 - 3 = 0$ صدق می کند یعنی 1 یا 1- است 1- نمی تواند ریشه باشد چون به معادله $2 + m^2 = 0$ منجر می شود ولی 1 همان ریشه مضاعف است و داریم $1^3 - 3 \times 1 + m^2 = 0$ در نتیجه $m = \pm\sqrt{2}$ است.

۴۳۴ـ ۲ با استفاده از نکته ۴۵ محل های تقاطع از تساوی $\frac{1}{x^3} = \frac{1}{-x + 2}$ بدست می آید و این بنوبه خود به حل معادله $x^3 + x - 2 = 0$ منجر می شود که در معادله اخیر چون $\Delta = 4p^3 + 27q^2 = 112$ مثبت است معادله یک ریشه دارد.

۴۳۵ـ ۳ به طرفین تساوی 3 واحد اضافه می کنیم و 3 را بین عبارات سمت چپ تقسیم می کنیم داریم:

$$\frac{\alpha + \beta}{\gamma} + 1 + \frac{\beta + \gamma}{\alpha} + 1 + \frac{\gamma + \alpha}{\beta} + 1 = 4 \Rightarrow$$

$$\frac{\alpha + \beta + \gamma}{\gamma} + \frac{\beta + \gamma + \alpha}{\alpha} + \frac{\gamma + \alpha + \beta}{\beta} = 4$$

$$\Rightarrow(\alpha+\beta+\gamma)[\frac{1}{\gamma}+\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}]=4 \Rightarrow 6\ [\frac{\alpha\beta+\beta\gamma+\alpha\gamma}{\alpha\beta\gamma}]=4$$

$$\Rightarrow 6\times\frac{4}{m-1}=4\Rightarrow m=7$$

۴۳۶ـ۳ ابتدا داریم $f(x)=(x-1)(x-2)$ پس خواهیم داشت:

$$f[g(x)]=f(x^3-3x)=(x^3-3x-1)(x^3-3x-2)=0$$

برای حل معادلهٔ اخیر جوابهای دو معادله $x^3-3x-2=0$ و $x^3-3x-1=0$ را باید بیابیم Δی اولی برابر ۰ است و دو ریشه دارد و Δی دومی برابر 81- است و سه ریشه دارد که مجموعاً پنج ریشه حاصل خواهد شد.

۴۳۷ـ۲ با گرفتن مخرج مشترک عبارت مطلوب برابر $\frac{\alpha^3+\beta^3+\gamma^3}{\alpha\beta\gamma}$ است و با توجه به نکته ۴۷ عبارت اخیر برابر 3 خواهد بود.

۴۳۸ـ۳ دو معادله را از یکدیگر کم کنید نتیجه می شود که $x=a$ و چون این مقدار را در یکی از معادلات جایگزین کنید خواهید دید که a باید مساوی ۰ یا 1 یا 4 باشد.

۴۳۹ـ۱ با توجه به نکته ۴۷ $\alpha^3+\beta^3+\gamma^3=3\alpha\beta\gamma=3\times 3$ است.

۴۴۰ـ۱ داریم $\alpha+\beta+\gamma=m$ و دو ریشه قرینه را α و β درنظر بگیرید در اینصورت ریشه سوم $\gamma=m$ است. m را در معادله قرار دهید نتیجه حاصل می شود.

۴۴۱ـ۲ مشتق معادله بصورت $y'=3x^2+2ax+b$ است که بنا به فرض $\Delta=4a^2-12b$ همواره منفی است و بنابر نکته ۶۰ معادله فقط یک ریشه دارد.

۴۴۲ـ۲ تکنیک: کلی ترین حالت معادله درجه 3 گزینه ۲ است و می تواند

سه ریشه داشته باشد.

۴۴۳ - ۳ با توجه به نکته ۴۹ داریم $6 = 2(-3m) - 0$ پس $m = 1$ است.

۴۴۴ - ۲ با توجه به نکته ۴۸ ریشه مضاعف از مشتق معادله حاصل می شود $3x^2 - 3 = 0$ این معادله دو جواب $x = 1$ و $x = -1$ را بدست می دهد که طبق فرض جواب $x = -1$ مورد قبول است و با جایگذاری $x = -1$ در معادله m بدست می آید.

۴۴۵ - ۱ با توجه به نکته ۴۷ تساوی $3x_1x_2x_3 = -12$ نتیجه می شود که این خود به معادله $-3(k + 2) = -12$ منجر می شود یعنی $k = 2$ است.

۴۴۶ - ۱ عیناً مانند تست ۴۴۴ عمل کنید

۴۴۷ - ۱ مانند تست ۴۴۰ عمل کنید.

۴۴۸ - ۲ معادله $\Delta = 4(-3m)^3 + 27 \times 2^2 = 0$ دارای ریشه $m = 1$ است.

۴۴۹ - ۲ چون $\alpha + \beta + 1 = 3$ و $\alpha \times \beta \times 1 = 24$ پس $\alpha + \beta = 2$ و $\alpha\beta = -24$ و بنابر این α و β ریشه های معادلهٔ $x^2 - 2x - 24 = 0$ است.

۴۵۰ - ۴ با تقسیم طرفین بر ۸ می بینیم که $\Delta = 0$ و مسئله حل است.

۴۵۱ - ۲ از اتحاد اولر استفاده کنید و توجه کنید که $a - b - c = 0$ است.

۴۵۲ - ۱ مجموع سه جواب برابر 0 است و چون مجموع دو جواب برابر 2 است جواب سوم برابر -2 خواهد بود با جایگذاری -2 در معادله نتیجه حاصل می شود.

۴۵۳ - ۳ با توجه به نکته ۵۰ کافی است x را به $\frac{1}{x}$ تبدیل کنید.

۴۵۴ - ۴ مجموع معکوسها برابر $\frac{\alpha\beta + \beta\gamma + \alpha\gamma}{\alpha\beta\gamma} = \frac{-16/8}{-3/8} = \frac{16}{3}$ است.

۴۵۵ ـ ۲ با توجه به نکته ۴۷ عبارت مطلوب برابر $3(\alpha\beta\gamma)^2$ است.

۴۵۶ ـ ۳ با توجه به نکته ۴۹ مقدار مطلوب برابر $5 \times 2 - 0$ است.

۴۵۷ ـ ۱ با توجه به نکته ۵۱ باید x را به $\frac{x}{2}$ تبدیل کنید.

۴۵۸ ـ ۳ مانند تست ۴۴۴ مشتق بگیرید و ریشه های مشتق برابر 1- و $\frac{5}{3}$- که از این دو ریشه 1- ریشه معادله اصلی است.

۴۵۹ ـ ۲ با توجه به نکته ۶۰ مشتق معادله $y' = 81x^2 - 18mx + m^2$ است که همواره مثبت است پس معادله یک جواب دارد.

۴۶۰ ـ ۴ معادله $x^3 + px + q = 0$ را درنظر می گیریم توجه کنید که با توجه به شرایط مسئله a، b- و c ریشه های این معادله اند و مجموع این سه ریشه برابر صفر خواهد بود.

۴۶۱ ـ ۱ عیناً مانند تست ۴۴۰ عمل کنید.

۴۶۲ ـ ۱ اگر α و β و γ ریشه های معادله باشند آنگاه بنابرنکته ۵۰ مقادیر $\frac{1}{\alpha}$ و $\frac{1}{\beta}$ و $\frac{1}{\gamma}$ ریشه های معادله $4x^3 + kx + 1 = 0$ بوده و $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} + \frac{1}{\gamma} = 0$ است و چون طبق فرض مسئله مجموع دوتای اینها برابر 1 است، دیگری باید 1- باشد لذا 1- یک ریشه معادله بوده و با جایگذاری 1- در معادله $k = -3$ است.

۴۶۳ ـ ۳ نامعادلهٔ $\Delta < 0$ دارای مجموعه جواب $]-2, 0[$ است.

۴۶۴ ـ ۱ توجه کنید که $f(0) = 1$ و $f(1) = -1$ و تابع f روی $[0 , 1]$ نزولی است.

۴۶۵ ـ ۳ دو معادله را از یکدیگر کم کنید معادله $8x^2 - 16x = 0$ حاصل می شود ریشه های معادله اخیر 0 و 2 می باشد و چون صفر جواب معادلات

نیست پس $x = 2$ جواب مطلوب است.

۴۶۶ـ ۴ بنا بر نکته ۵۱ کافی است در معادله x را به $x - 3$ تبدیل کنید.

۴۶۷ـ ۲ وقتی ریشه مشتق ثانی برابر صفر شود نقطه عطف بوقوع می پیوندند و با توجه به نکته ۵۲ مسئله حل می شود.

۴۶۸ـ ۴ توجه کنید که معادله دوم از تبدیل $x \to \frac{1}{x}$ در معادله اول حاصل می شود و با توجه به نکته ۵۰ ریشه های دومی عکس ریشه های اولی خواهند بود

۴۶۹ـ ۴ باید تبدیل $x \to -\frac{1}{x}$ را در معادله انجام داد.

۴۷۰ـ ۳ با توجه به فرضهای مسئله a، b و c ریشه های معادلهٔ $x^3 + px + q = 0$ می باشند چون سه عدد a و b و c در معادله صدق می کنند لذا $a + b + c$ مجموع سه ریشه بوده و برابر 0 است.

۴۷۱ـ ۱ با توجه به نکته ۵۱ تبدیل $x \to \frac{x}{3}$ را انجام می دهیم.

۴۷۲ـ ۴ بنا بر نکته ۴۷ عبارت مطلوب برابر $3\alpha\beta\gamma$ است.

۴۷۳ـ ۱ دو منحنی را مساوی قرار می دهیم و معادله $\frac{-1}{x^3} = \frac{1}{x - 2}$ نتیجه می شود که این خود به معادله $x^3 + x - 2 = 0$ منجر می شود که چون $\Delta = 4p^3 + 27q^2 > 0$ است معادله دقیقاً یک ریشه دارد.

۴۷۴ـ ۱ بنا بر نکته ۵۱ کافی است تبدیل $x \to x - 2$ را انجام دهید.

۴۷۵ـ ۴ تابع را بصورت $y = \sqrt[5]{5}\, x^{2/5}$ می نویسیم داریم:

$$\int \sqrt[5]{5}\, x^{2/5}\, dx = \sqrt[5]{5}\, \frac{5}{7}\, x^{7/5} + c = \frac{5}{7} \sqrt[5]{5x^7} + c$$

۴۷۶ـ ۱ با توجه به نکته ۵۳ مسئله واضح است.

۴۷۷ـ ۲ با تغییر متغیر $U = \cos x$ تابع بصورت $-7(U')\, U^6$ درمی آید که

انتگرال عبارت اخیر بصورت $U^7 + c$- می باشد.

۴۷۸ـ۴ انتگرال مطلوب بصورت $\int 9tg^8x\ Sec^2xdx$ است با تغییر متغیر $U = tgx$ انتگرال بصورت $\int 9\ U^8dU$ خواهد شد و نتیجه $U^9 + c$ است.

۴۷۹ـ۴ از فرمول $Sinax\ Cosbx = \frac{1}{2}[Sin(a+b)x + Sin(a-b)x]$ کمک بگیرید خواهید دید که:

$$\int 2Sin3x\ Cosxdx = \int (Sin4x + Sin2x)\,dx = \frac{-1}{4}Cos4x - \frac{1}{2}Cos2x + c$$

۴۸۰ـ۱ حجم موردنظر بصورت $V = \int_0^{\pi} \pi\ Sin^2xdx$ می باشد بجای Sin^2x مقدار $\frac{1 - Cos2x}{2}$ قرار دهید و $V = \pi \int_0^{\pi} (\frac{1}{2} - \frac{Cos2x}{2})dx$

۴۸۱ـ۲ حجم موردنظر بصورت $\int_0^1 \pi\ y^2dx$ $= V$ است داریم:

$$V = \int_0^1 \pi \frac{9}{(x+1)^2}\,dx = 9\pi \int_0^1 (x+1)^{-2}\,dx = 9\pi \frac{(x+1)^{-1}}{-1}\Big]_0^1 = \frac{9}{2}\pi$$

۴۸۲ـ۲ منحنی $y = Cos2x$ در نقطه $x = \frac{\pi}{4}$ محور xها را قطع می‌کند داریم:

$$S = \int_0^{\frac{\pi}{4}} Cos2xdx = \left|\frac{1}{2}Sin2x\right]_0^{\frac{\pi}{4}}\Big| = \left|\frac{1}{2}Sin\frac{\pi}{2} - 0\right| = \frac{1}{2}$$

۴۸۳ـ۳ محل تقاطع دو منحنی از تساوی $x^2 = \sqrt{x}$ بدست می آید که 0 و 1 است لذا سطح بصورت $S = \left|\int_0^1 (x^2 - \sqrt{x})\,dx\right| = \frac{1}{3}$ می باشد.

روش دوم: با توجه به نکته ۵۳ کافی است قرار دهید $P = \frac{1}{3}$

۴۸۴ـ۱ حجم برابر $\int_0^1 \pi xdx = \int_0^1 \pi y^2dx$ $= V$ است.

۴۸۵ ـ ۳ قرار دهید $f(x) = \sin x$ و $dx = -1^\circ = \frac{-\pi}{180}$ و $x = 30$ اکنون از فرمول $f(x + \Delta x) \cong f(x) + f'(x)\,dx$ مقدار $\sin 29^\circ$ را محاسبه کنید.

۴۸۶ ـ ۱ با توجه به نکته ۶۱ انتگرال مطلوب بصورت زیر محاسبه می شود.

$$\int_0^2 x^2[x]dx = \int_0^1 (x^2 \times 0)dx + \int_1^2 (x^2 \times 1)dx = x^3/3\Big]_1^2 = \frac{7}{3}$$

توجه داشته باشید که وقتی x در فاصله $[0\ ,\ 1[$ است $[x] = 0$ می باشد.

۴۸۷ ـ ۳ در این سوال در فرمول $V = \int_0^b \pi y^2 dx$ حجم داده شده و ارتفاع خواسته شده است کافی است در رابطه $\frac{1000\pi}{3} = \int_0^b \pi x^2\,dx$ مقدار b را محاسبه کنیم داریم:

$$\frac{1000\pi}{3} = \left| \pi \frac{x^3}{3} \right]_0^b \Big| = \frac{\pi b^3}{3} \Rightarrow b = 10$$

۴۸۸ ـ ۲ با استفاده از فرمول $S = \int_a^b f(x)\,dx$ با تغییر متغیر $U = \sin x$ داریم :

$$S = \int_0^{\pi/2} \cos x \sqrt{\sin x}\,dx = \int_0^{\pi/2} \sqrt{U}dU = \frac{2}{3} U^{3/2}\Big]_0^{\pi/2} = \frac{2}{3}$$

۴۸۹ ـ ۳ مانند تست ۴۸۵ فرض کنید $x_0 = 32$ و $f(x) = \sqrt[5]{x}$ و $\Delta x = 1$

۴۹۰ ـ ۱ با توجه به نکته ۵۴ رابطهٔ $g'(x) = f(x)$ برقرار خواهد بود.

۴۹۱ ـ ۱ حجم از فرمول $V = \int_{-1}^{0} \pi y^2 dx$ بدست می آید.

۴۹۲ ـ ۳ سطح مطلوب از فرمول $S = \left| \int_2^3 \left(1 + \frac{1}{(x-1)^2}\right) dx \right|$ محاسبه می شود.

۴۹۳ـ۳ سطح مطلوب از تساوی $S = \left| \int_1^2 (-4x^3 + 12x^2)\, dx \right|$ حساب می شود.

۴۹۴ـ۱ اگر تغییر متغیر $U = 2\sqrt{x} + 3$ را اعمال کنیم چون $dU = \frac{dx}{\sqrt{x}}$ است داریم:

$$\int ydx = \int U^{1/5}\, dU = \frac{5}{6} U^{6/5} + c = \frac{5}{6} (2\sqrt{x} + 3)^{6/5} + c$$

۴۹۵ـ۲ چون دوران حول محور yها انجام می شود حجم حاصل بصورت $V = \pi \int_0^1 x^2 dy = \pi \int_0^1 y dy$ محاسبه می شود.

۴۹۶ـ۲ داریم $f(x) = \int x^{-1/2}\, dx = 2x^{1/2} + c$ با توجه به تساوی $f(1) = 4$ داریم $4 = 2 + c$ یعنی $c = 2$ است.

۴۹۷ـ۲ اگر قرار دهیم $U = x^2 + 3x + 7$ آنگاه $dU = (2x + 3)\, dx$ و داریم:

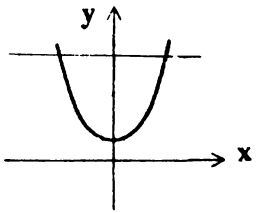
$$\int f(x)dx = \int 9U^8 dU = U^9 + c = (x^2 + 3x + 7)^9 + c$$

۴۹۸ـ۴ مانند تست ۴۹۴ از تغییر متغیر $U = \sqrt{x + 1}$ کمک بگیرید.

۴۹۹ـ۳ از فرمول $V = \int_0^1 \pi y^2 dx$ از تغییر متغییر $U = x^2 + 1$ استفاده کنید.

$$V = \int_0^1 \pi(x^2 + 1)^2 . (2x)\, dx = \int_0^1 \pi U^2 dU = \pi U^3/3 \Big]_0^1$$

$$= \frac{1}{3} \pi (x^2 + 1)^3 \Big]_0^1 = \frac{8}{3}\pi - \frac{1}{3}\pi = \frac{7\pi}{3}$$



۵۰۰ـ۲ در واقع سطح شکل مقابل حول محور طولها دوران می‌کند و حجم مطلوب بصورت زیر محاسبه می شود.

$$V = \pi \int (y^2_1 - y^2_2)dx = \pi \int (5^2 - (x^2 + 1)^2)dx =$$

$$\pi \left[24x - \frac{x^5}{5} - \frac{2x^3}{3}\right]_{-2}^{2} = \frac{1088\pi}{15}$$

۵۰۱ـ۱ حجم حاصل بصورت $V = \pi \int_0^{\pi/2} y^2dx = \pi \int_0^{\pi/2} Sinxdx$ حساب می شود.

۵۰۲ـ۱ مانند تست ۴۹۴ از تغییر متغیر $U = x - 1$ استفاده کنید.

۵۰۳ـ۱ حجم از فرمول $v = \frac{4}{3}\pi r^3$ حساب می شود چون هدف یافتن dv است از فرمول $dv = v'dr$ با قراردادن $r = 10$ و $dr = 0.01$ مسئله حل می شود.

۵۰۴ـ۳ مانند تست ۴۹۴ از تغییر متغیر $U = 1 + \sqrt{x}$ استفاده کنید.

۵۰۵ـ۲ صورت و مخرج را در $\sqrt{x + 1} - \sqrt{x - 1}$ ضرب کنید.

۵۰۶ـ۱ چون نقاط ناپیوستگی ۰ و ۱ و $\sqrt{۲}$ می باشد بنا بر نکته ۶۱ داریم:

$$\int_0^{\sqrt{2}} [x^2 + 1]dx = \int_0^1 dx + \int_1^{\sqrt{2}} 2dx = 1 + 2(\sqrt{2} - 1) = 2\sqrt{2} - 1$$

۵۰۷ـ۱ با توجه به نکته ۶۱ انتگرال را به دو قسمت تقسیم می کنیم.

$$\int_0^2 f(x)dx = \int_0^1 f(x)\,dx + \int_1^2 f(x)\,dx =$$

$$\int_0^1 x^2dx + \int_1^2 (2 - x)\,dx = \frac{5}{6}$$

۵۰۸ـ۳ با تغییر متغیر $U = Cosx$ داریم $dU = -Sinxdx$ در نتیجه:

$$\int Sinx \,.\, Sin\,Cosx\,dx = -\int SinUdU = -CosU + c$$

۵۰۹ـ۴ بنا بر نکته ۵۴ مسئله حل می شود.

۵۱۰ـ۱ تکنیک: فقط مشتق گزینه ۱ برابر $x\,Cosx$ است.

۵۱۱ـ۳ انتگرال را به دو قسمت تقسیم کنید برای قسمت اول قرار دهید $U = 3x - 1$ و برای قسمت دوم $\frac{1}{x^4}$ را بصورت x^{-4} نوشته انتگرال بگیرید.

۵۱۲ـ۳ با توجه به نکته ۵۵ با درنظرگرفتن $U = Cos\,\frac{x}{2}$ و استفاده از قاعده زنجیری $y' = \frac{-\frac{1}{2}\,Sin\,x/2}{1 + Cos^2\,x/2}$ خواهد شد با قراردادن $x = 60^o$ نتیجه حاصل می شود.

۵۱۳ـ۴ حجم بصورت $V(x) = x^3$ است که x یک ضلع مکعب است. بنا بر فرمول، حجم جدید یعنی $V(10 + \frac{1}{10})$ برابر با $V(10) + \frac{V'(10)}{10} = 1000 + \frac{3 \times 100}{10} = 1030$ است.

۵۱۴ـ۲ با توجه به نکته ۶۱ چون تابع در نقاط 0 و 1 ناپیوسته است داریم:

$$\int_0^{\pi/2} [x]Cosxdx = \int_0^1 0\cdot Cosxdx + \int_1^{\pi/2} 1\cdot Cosxdx = 1 - Sin1$$

۵۱۵ـ۲ تساوی را بصورت $y^{-2}dy = 2xdx$ نوشته از طرفین انتگرال

می‌گیریم و رابطه $-y^{-1} = x^2 + c$ یا معادلاً $y = \frac{1}{-c - x^2}$ حاصل می شود با قراردادن مختصات نقطهٔ $(1, 1)$ در معادله، $c = -2$ خواهد شد.

۵۱۶ـ ۳ باتوجه‌به نکته ۵۶ چون تابع فرد است حاصل انتگرال صفر است.

۵۱۷ـ ۲ از طرفین تساوی مشتق بگیرید تساوی $f(x) = 2x$ حاصل خواهد شد اکنون $f(Sinx) = 2Sinx$ است.

۵۱۸ـ ۴ زیر رادیکال را بصورت $1 - (x - 1)^2$ بنویسید و تغییر متغیر $U = x - 1$ را اعمال کنید انتگرال مطلوب بصورت $\int \frac{dU}{\sqrt{1 - U^2}}$ خواهد شد.

۵۱۹ـ ۱ حجم‌مطلوب‌ازرابطه $\int_0^3 \pi x^2 dy = \int_0^3 \frac{\pi dy}{(1+y)^2}$ بدست می آید.

۵۲۰ـ ۱ توجه‌کنیدکه $\int (3f(x) + 2x)\, dx = 3\int f(x)\, dx + x^2$ است.

۵۲۱ـ ۲ وجه کنید که وقتی $x < 0$ است $|x| + x$ صفر است و وقتی $x > 0$ باشد $|x| + x$ برابر $2x$ است پس انتگرال برابر $\int_0^1 2xdx$ است.

۵۲۲ـ ۳ براساس نکته ۵۴ همواره $S'(t) = \frac{1}{1 + t^{10}}$ است بنابراین $S'(0) = 1$ است.

۵۲۳ـ ۳ با تغییر متغیر $U = 3x^2 - 4x + 13$ داریم:

$$\int \frac{3x - 2}{(3x^2 - 4x + 13)^6}\, dx = \frac{1}{2}\int \frac{dU}{U^6} = -\frac{1}{10} U^{-5} + c$$

۵۲۴ـ ۲ مانند تست قبل تغییر متغیر $U = 2x + 17$ را اعمال کنید.

۵۲۵ـ ۲ تغییر متغیر $U = x - 6$ را اعمال کنید.

۵۲۶ـ ۱ تغییر متغیر $U = x^4 - 1$ را اعمال کنید آنگاه $dU = 4x^3 dx$ است و سپس

$$\int \frac{x^7}{\sqrt[5]{x^4 - 1}}\,dx = \int \frac{x^4}{\sqrt[5]{x^4 - 1}}\,x^3dx = \frac{1}{4}\int \frac{U + 1}{\sqrt[5]{U}}\,dU =$$

$$\frac{1}{4}\int (U^{4/5} + U^{-1/5})\,du = \frac{1}{4} \times \frac{5}{9}\,U^{9/5} + \frac{1}{4} \times \frac{5}{4}\,U^{4/5} + c$$

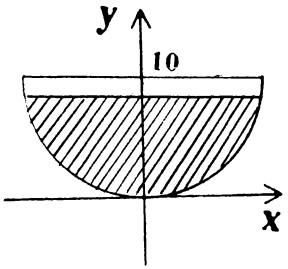
۵۲۷ـ ۱ یک واحد به داخل انتگرال اضافه و یک واحد کم کنید داریم:

$$\int tg^2\,3x\,dx = \int (1 + tg^2 3x - 1)\,dx = \frac{1}{3}\,tg3x - x + c$$

۵۲۸ـ ۲ حجم موردنظر از تساوی $V = \pi \left| \int_0^1 (y_1^2 - y_2^2)\,dx \right|$ محاسبه می شود نقاط 0 و 1 محل برخورد دو منحنی $y_1 = x^2$ و $y_2 = x$ می باشد داریم:

$$V = \pi \left| \int_0^1 (x^4 - x^2)\,dx \right| = \left| \pi \left[\frac{x^5}{5} - \frac{\pi x^3}{3} \right]_0^1 \right| = \left| \frac{\pi}{5} - \frac{\pi}{3} \right| = \frac{2\pi}{15}$$

۵۲۹ـ ۴ مطابق شکل مقابل دایره بمرکز (0, 10) و شعاع 10 را درنظر گرفته و حجم حاصل از دوران قسمت هاشور خورده را می یابیم. منحنی دایره‌بصورت $x^2 = 100 - (y - 10)^2$ است و چون دوران حول محور yها انجام می شود حجم بصورت زیر محاسبه می شود:



$$V = \int_0^9 \pi x^2 dy = \pi \int_0^9 (100 - (y - 10)^2)\,dy =$$

$$\pi \int_0^9 (20y - y^2)\,dy = \pi \left[10y^2 - \frac{y^3}{3} \right]_0^9 = 567\pi$$

۵۳۰ـ ۳ تغییر متغیر $U = x - 2$ را اعمال کنید.

۵۳۱ـ ۴ از تساوی $\text{Sin}^2x = \frac{2}{\pi}x$ سه جواب $x = 0$ و $x = \frac{\pi}{4}$ و $x = \frac{\pi}{2}$ حاصل می شود و مساحت را باید در دو قسمت جدا محاسبه کرد داریم:

$$S = \left| \int_0^{\pi/4} (\text{Sin}^2x - \frac{2}{\pi}x)\,dx \right| + \left| \int_{\pi/4}^{\pi/2} (\text{Sin}^2x - \frac{2}{\pi}x)\,dx \right| = \frac{1}{2} - \frac{\pi}{8}$$

۵۳۲ـ ۴ محل برخورد $y = 2\text{Cos}3x$ با محور xها نقاط 0 و $\frac{\pi}{6}$ است بنابراین مساحت برابر است با:

$$S = \left| \int_0^{\pi/6} 2\text{Cos}3x\,dx \right| = \frac{2}{3} \left| \text{Sin}3x \right|_0^{\pi/6} = \frac{2}{3}$$

۵۳۳ـ ۴ با توجه به نکته ۵۶ چون f فرد است نتیجه فوراً حاصل می شود.

۵۳۴ـ ۳ انتگرال موردنظر مساحت نیمدایرهٔ بشعاع واحد $y = \sqrt{1 - x^2}$ است که بدون محاسبه انتگرال حاصل برابر $\frac{1}{2}\pi r^2$ یعنی $\frac{\pi}{2}$ است.

۵۳۵ـ ۳ معادله $y' = \frac{dy}{dx} = \frac{x - 1}{y - 2}$ را به صورت $(y-2)dy = (x-1)dx$ نوشته و با انتگرال‌گیری از طرفین تساوی $\frac{(y-2)^2}{2} = \frac{(x-1)^2}{2} + c$ حاصل می شود که این منحنی نمایش هذلولی است.

۵۳۶ـ ۳ تساوی را بصورت $(y'x + y)\,\text{Cos}xy = y'$ بازنویسی کنید اکنون طرف چپ مشتق Sinxy است بنابراین $(\text{Sin}xy)' = y'$ لذا با توجه به نکته ۶۳ تساوی $y = \text{Sin}xy + c$ حاصل می‌شود و چون منحنی از مبدا می‌گذرد $C=0$ بوده و $y = \text{Sin}xy$ است.

۵۳۷ـ ۱ باید معادله $\frac{dy}{dx} = \frac{1}{y}$ را حل کرد این معادله بصورت $y\,dy = dx$

نوشته می شود با انتگرال‌گیری داریم $\frac{1}{2}y^2 = x + c$ با قراردادن $x = 1$ و $y=2$ مقدار c نیز برابر 1 می شود.

روش دوم (تکنیک)؛ مختصات نقطه $A(1, 2)$ فقط در گزینه ۱ صدق می‌کند.

۵۳۸ـ۳ با توجه به نکته ۵۷ چون $a = 3$ و $b = 2$ حجم برابر 16π است.

۵۳۹ـ۲ از فرمول حاصلضرب دو سینوس استفاده کنید داریم:

$$\int \text{Sin2x Sin3x } dx = \int \frac{1}{2}(\text{Cosx} - \text{Cos5x})dx = \frac{1}{2}\text{Sinx} - \frac{1}{10}\text{Sin5x} + c$$

۵۴۰ـ۱ تغییر متغیر $U = 2x - 1$ را اعمال کرده مانند تست ۴۹۷ عمل کنید.

۵۴۱ـ۱ تغییر متغیر $U = \text{Sinx}$ را درنظر بگیرید در اینصورت $dU = \text{Cosx}dx$ داریم

$$\int \frac{\text{Cosx}}{1 + \text{Sin}^2x}\,dx = \int \frac{dU}{1 + U^2} = \text{ArctgU} + c$$

۵۴۲ـ۲ معادله را بصورت $(3y - 1)\,dy = (2x + 1)\,dx$ نوشته و انتگرال بگیرید حاصل یک هذلولی خواهد بود.

۵۴۳ـ۱ محل برخورد دو منحنی از تساوی $x^2 - 1 = -x^2 + 1$ بدست می آید که ± 1 است لذا مساحت برابر $S = \left| \int_{-1}^{1} (2x^2 - 2)\,dx \right|$ است.

۵۴۴ـ۲ عیناً مانند تست ۴۸۳ عمل کنید.

۵۴۵ـ۲ محل برخورد دو منحنی از تساوی $x^2 = -x^2 + 4x$ بدست می آید که $x = 2$ و $x = 0$ است لذا S بصورت زیر بدست می آید.

$$S = \left| \int_0^2 (-x^2 + 4x - x^2)\,dx \right| = \left| \int_0^2 (-2x^2 + 4x)dx \right| = \frac{8}{3}$$

۵۴۶ـ ۴ ابتدا از طرفین انتگرال می گیریم و تساوی $f'(x)=-2\cos\frac{x}{2}+c$ حاصل می شود، سپس انتگرال گیری مجدد داریم $f(x)=-4\sin\frac{x}{2}+cx+d$

۵۴۷ـ ۲ محل برخورد نقاط $x=\pm1$ است لذا داریم:

$$S=\left|\int_{-1}^{1}(x^2-1)\,dx\right|=\left|x^3/3-x\right]_{-1}^{1}\Big|=\frac{4}{3}$$

۵۴۸ـ ۲ معادله بیضی را بصورت $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{9}=1$ نوشته و با توجه به نکته ۵۷ حجم حاصل از دوران بیضی حول قطر بزرگ را بیابید.

۵۴۹ـ ۴ سطح محصوربصورت $S=\left|\int_{0}^{\pi/4}(1+\sin2x)\,dx\right|$ است.

۵۵۰ـ ۴ صورت و مخرج کسر را در $x-\sqrt{x^2+1}$ ضرب کنید داریم:

$$\int f(x)\,dx=\int -2x\,(x-\sqrt{x^2+1})\,dx=-\frac{2x^3}{3}+\frac{2}{3}(x^2+1)^{3/2}+c$$

۵۵۱ـ ۴ مقدار $F(\sqrt3)-F(0)$ برابر $\int_{0}^{\sqrt3}f(x)\,dx$ ست که با تغییر متغیر $U=x^2+1$ براحتی به نتیجه خواهید رسید

۵۵۲ـ ۲ عبارت مطلوب برابر $\int_{0}^{2}5x\sqrt{x}\,dx=2x^{5/2}\big]_{0}^{2}=8\sqrt2$ است.

۵۵۳ـ ۱ با تغییر متغیر $U=\sqrt{x}$ خواهیم دید که $dU=\frac{dx}{2\sqrt{x}}$ است و انتگرال مطلوب بصورت $2\int\sin u\,du=-2\cos U+c$ خواهد بود.

۵۵۴ـ ۲ ابتدا $\cos^3x$ را بصورت $\cos x(1-\sin^2x)$ بنویسید داریم:

$$\int\cos^3x\,dx=\int\cos dx-\int\cos x\sin^2x\,dx=\sin x-\frac{1}{3}\sin^3x+c$$

۵۵۵ـ ۱ از فرمول $\cos^2x=\frac{1+\cos2x}{2}$ استفاده کنید.

۵۵۶ـ ۴ اگر $f(x)=\sqrt[6]{x}$ باشد با استفاده از فرمول دیفرانسیل داریم:

$$\sqrt[6]{65}=f(64+1)=f(64)+f'(64).\Delta x=2+\frac{1}{2\sqrt[6]{64^5}}=2.005$$

۵۵۷ـ ۲ تغییر متغیر $U = x^3$ را اعمال کنید.

۵۵۸ـ ۱ چون $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ است لذا $1 \leq Sinx + Cosx \leq \sqrt{2}$

بنابراین $1 = [Sinx + Cosx]$ در نتیجه انتگرال مطلوب برابر است با:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} (Sinx + Cosx)\,dx = -Cosx + Sinx \Big]_0^{\frac{\pi}{2}} = 1 - (-1) = 2$$

۵۵۹ـ ۲ وقتی $0 < x + a < 2$ است تساوی زیر را داریم:

$$Arctgx + Arctg\ a = Arctg \frac{x + a}{1 - ax}$$

اکنون از طرفین رابطه اخیر دیفرانسیل می‌گیریم نتیجه می شود:

$$\Rightarrow d\ [Arctg \frac{x + a}{1 - ax}\ ] = d(Arctgx) = \frac{dx}{1 + x^2}$$

۵۶۰ـ ۴ عبارت $\sqrt{2x}$ را بصورت $\sqrt{2}\sqrt{x}$ بنویسید و انتگرال بگیرید.

۵۶۱ـ ۲ تغییر متغیر $U = x + 1$ را اعمال کنید.

۵۶۲ـ ۲ اگر تغییر متغیر $U = 1 + x^2$ را اعمال کنیم چون $du = 2xdx$ داریم:

$$\int \frac{x^3}{\sqrt{1 + x^2}}\,dx = \frac{1}{2}\int \frac{(U - 1)dU}{\sqrt{U}} = \frac{1}{2}\int (U^{1/2} - U^{-1/2})\,du =$$

$$\frac{1}{3}U^{3/2} - U^{1/2} + c = (\frac{1}{3}U - 1)\sqrt{U} + c = \frac{1}{3}(x^2 - 2)\sqrt{x^2 + 1} + c$$

راهنمائی های کوتاه برای تست های تکمیلی

۵۶۳ ـ ۴ شکل این منحنی یک مربع است و مربع چهار محور تقارن دارد.

۵۶۴ ـ ۴ توجه کنید که مشتق f همواره منفی است.

۵۶۵ ـ ۱ ابتدا ترکیب کنید بعد دامنه ترکیب را بیابید یا از تعریف استفاده کنید.

۵۶۶ ـ ۳ چون تساوی $2 = [\frac{2x + 5}{19}]$ برقرار است عبارت داخل براکت باید مابین دو عدد 2 و 3 باشد داریم:

$$2 \leq \frac{2x + 5}{19} < 3 \Rightarrow 38 \leq 2x + 5 < 57 \Rightarrow 33 \leq 2x < 52$$

$$\Rightarrow \frac{33}{2} \leq x < 26$$

۵۶۷ ـ ۲ تکنیک: چون $[x^2] - [x]$ بازاءِ $x = 0$ برابر صفر است پس 0 متعلق به دامنه است لذا گزینه‌های ۱ و ۴ نمی توانند جواب صحیح باشند چون 0 را دربرندارند. اما به ازاءِ $x = -1$ عبارت $[x^2] - [x]$ برابر 2- است که $\sqrt{-2}$ بی معنی است پس گزینه ۳ نیز غلط وتنها گزینهٔ ۲ می توانددرست باشد.

۵۶۸ ـ ۴ درگزینه ۴ همواره $f' > 0$ است.

۵۶۹ ـ ۳ از نکته ۱ کمک بگیرید.

۵۷۰ ـ ۴ ابتدا توجه کنید که $y + 2 = \text{Sin}x$ است.

۵۷۱ ـ ۲ وقتی $x \to -\infty$ عبارت $\frac{2}{x + 1}$ مقداری منفی و نزدیک صفر است لذا $\lim_{x \to -\infty} [\frac{2}{x + 1}] = -1$ است.

۵۷۲ ـ ۳ حدّ صورت مبهم $\frac{0}{0}$ را دارد رفع ابهام کنید. نکته (۲۱)

۵۷۳ـ۳ کافی است بجای y مساویش یعنی $2x - 1$ را بنویسید و مشتق بگیرید.

$$3x^2 - y^2 = -x^2 + 4x - 1 \Rightarrow -2x + 4 = 0 \Rightarrow x = 2$$

۵۷۴ـ۴ اولاً $S = 2xy$ و ثانیاً $y = -x^2 + 4$ بنابراین $S = 2x(-x^2 + 4)$ مشتق S را مساوی صفر قرار دهید و ریشهٔ حاصل را در آخرین تساوی قرار دهید.

۵۷۵ـ۳ ابتدا طرفین را به x تقسیم کرده و از طرفین مشتق بگیرید.

۵۷۶ـ۲ بنا بر نکته ۴۸ ریشه مضاعف ریشه مشتق نیز می باشد.

۵۷۷ـ۱ در $x = \pm 1$ تابع اکسترمم دارد با جایگذاری 0 , -2 , -1 در تابع دیده می شود که بازاء $x = -2$ تابع کمترین مقدار را اختیار می کند توجه کنید که $x = 1$ جزء دامنه نیست.

۵۷۸ـ۲ عبارت $f^2(x)$ و $g^2(x)$ را یافته مشتق بگیرید و عبارات $2f'(x)\ f(x)$ و $2g'(x)\ g(x)$ را بیابید و سپس بر هم تقسیم کنید.

می توانید از راه عادی نیز با مشتق گیری مسئله را حل کنید.

۵۷۹ـ۳ بنابر نکته ۷ خط $y = -\frac{x-1}{2}$ بر f^{-1} در نقطه ای بعرض 1 مماس است عمود بر این خط بر f^{-1} در نقطه ای بعرض 1 عمود است.

۵۸۰ـ۱ با توجه به مساحت مربوطه تساوی $2\pi R^2 + 2\pi Rh = 150\pi$ حاصل می شود چون $V = \pi R^2 h$ است h را از تساوی اول یافته در دومی قرار دهید از تساوی $V' = 0$ مقدار $R = 5$ حاصل می شود.

۵۸۱ـ۴ توجه کنید که $x = \frac{1}{y^2}$ است اکنون از طرفین مشتق بگیرید.

۵۸۲ـ۴ فقط $y = 0$ مجانب افقی است. توجه کنید که وقتی x به سمت

صفر می رود حدّ $f(x)$ برابر 0 است لذا $x = 0$ مجانب نمی باشد.

۵۸۳ـ ۴ خط $y = 2x$ مجانب مایل تابع مذکور است و با توجه به نکته ۷۰ معکوس $y = 2x$ یعنی $x = 2y$ مجانب معکوس تابع است.

۵۸۴ـ ۴ توجه کنید که زیر رادیکال مربع کامل است.

۵۸۵ـ ۲ خط $y = \frac{1}{2}$ مجانب افقی و تنها مجانب است.

۵۸۶ـ ۲ خط $x = 2$ تنها مجانب منحنی است. توجه کنید که $x = 1$ جزء دامنه نیست.

۵۸۷ـ ۴ چون ضریب زاویه مجانب بصورت $m = \lim_{x \to +\infty} \frac{y}{x}$ است در معادله اصلی بجای y عبارت mx را قرار دهید خواهیم داشت.

$$x^3 + m^3x^3 - 3mx^2 = 0 \Rightarrow (m^3 + 1)\, x^3 - 3mx^2 = 0$$

با توجه به نکته ۴۱ باید $m^3 + 1 = 0$ باشد یعنی $m = -1$ باشد.

۵۸۸ـ ۴ تمام نقاط بفرم $(k\pi\ ,\ 0)$ که $k \in Z$ روی نمودارند.

۵۸۹ـ ۱ توجه کنید که $f(0) = 1$ و $f(1) = -1$ و روی $[0, 1]$ تابع نزولی است.

۵۹۰ـ ۱ بنابر نکته ۵۴ داریم $f'(x) = 2\sqrt{x} - 1$ اکنون انتگرال بگیرید.

۵۹۱ـ ۳ داریم $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{x}} = \int_0^1 x^{-\frac{1}{2}}\, dx = 2x^{\frac{1}{2}} \Big]_0^1 = 2$

۵۹۲ـ ۱ از نکته ۵۴ کمک بگیرید و $a = 0$ را قرار دهید.

۵۹۳ـ ۱ عبارت $\sin^2 t$ را بصورت $\frac{1 - \cos 2t}{2}$ بنویسید.

۵۹۴ـ ۲ انتگرال بگیرید و نقطه $(0, 0)$ را در معادله قرار دهید.

۵۹۵ـ ۴ توجه کنید که $A = 4\pi r^2 - \pi r^2 = 3\pi r^2$ است.

۵۹۶ـ ۴ صورت ومخرج را در $\sqrt{x} - \sqrt{x+1}$ ضرب کنید.

۵۹۷ـ ۲ از نکته ۲۳ استفاده کنید.

۵۹۸ـ ۴ تکنیک: تابع زوج است و نسبت به محور yها قرینه است.

۵۹۹ـ ۳ می توان از قاعده زنجیری استفاده کرد یا fog را محاسبه و مشتق گیری کرد.

۶۰۰ـ ۳ با توجه به اینکه اگر $x \to 0$ آنگاه $\frac{1}{x^2} \to +\infty$ و نکته ۲۶ مسئله حل است.

۶۰۱ـ ۳ ابتدا از قاعده هوپیتال استفاده کنید:

$$\lim_{x \to 0} \frac{x^2 - tg^2 x}{x^n} = \lim_{x \to 0} \frac{2x - 2tgx(1 + tg^2x)}{n x^{n-1}}$$

$$= \lim_{x \to 0} \frac{2x - 2tgx - 2tg^3x}{n x^{n-1}} = \lim_{x \to 0} \frac{x^3/3 - 2x^3}{nx^{n-1}}$$

$$= \lim_{x \to 0} \frac{x^3}{nx^{n-1}}$$

و سپس از هم ارزی $x - tgx \approx \frac{x^3}{3}$ استفاده کنید درجه صورت و مخرج مساوی باشد یعنی $n - 1 = 3$ و لذا باید n مساوی 4 باشد.

۶۰۲ـ ۳ دامنه تابع را یافته و $f'(x)$ را تعین علامت کنید.

۶۰۳ـ ۳ اگر $x < 0$ بامخرج ناصفر و اگر $x \geq 0$ مخرج کسر صفر است.

۶۰۴ـ ۳ تابع روی $[-1, 0[\cup]0, 1]$ متصل است.

۶۰۵ـ ۴ از تعریف مشتق و بهره‌گیری از اتحاد مزدوج به نتیجه می رسید.

۶۰۶ـ ۱ دامنهٔ تابع $[-1, 0) \cup (0, 1]$ است و f روی دامنه پیوسته است.

۶۰۷ـ ۲ فرض کنید $U = \frac{1}{x}$ و از قاعده زنجیره ای استفاده کنید.

۶۰۸ـ۲ روی دو فاصله [-1, 0] , [0, 1] جداگانه انتگرال بگیرید.

۶۰۹ـ۴ وقتی $x \to 2$ آنگاه $4 - x^2$ برابر صفر و بقیه عبارات عدد می باشند.

۶۱۰ـ۱ چون تابع در $x_0 = 1$ مشتق پذیر است لذا تابع در $x_0 = 1$ پیوسته نیز می باشد از این دو شرط یعنی پیوستگی و مشتق پذیری a و b را حساب کنید.

۶۱۱ـ۲ از نکته ۳۸ استفاده کرده مانند تست ۳۰۳ عمل کنید.

۶۱۲ـ۱ چون $y = 2$ مجانب است لذا وقتی $x \to \pm\infty$ باید y به سمت 2 میل کند پس $a + b$ و $a - 2$ هردو صفرند یعنی $a = 2$ و $b = -2$ از طرفی $c = 1$ پس abc برابر ۴ـ است.

۶۱۳ـ۴ فرض کنید $U = \frac{x - 1}{x + 1}$ آنگاه عبارت بفرم $\frac{U' U^2}{2}$ خواهد شد.

۶۱۴ـ۱ باید $\int_{\pi/2}^{3\pi/2} \pi \, \mathrm{Cos}^2 2x dx$ را محاسبه کنید.

۶۱۵ـ۳ از نکته ۳۵ استفاده کنید.

۶۱۶ـ۱ توجه کنید که y' در مبدا برابر ۱ است.

۶۱۷ـ۳ ازنکته ۲۹ و اینکه وقتی $y = 1$ باشد $x = 1$ است استفاده کنید.

۶۱۸ـ۳ از نکته ۴۲ استفاده کنید.

۶۱۹ـ۴ ابتدا $f'(x)$ را محاسبه و از نقطه یابی استفاده کنید.

۶۲۰ـ۱ تابع گزینه ۱ فرد است از نکته ۹ استفاده کنید.

۶۲۱ـ۲ محیط وقتی می نیمم است که طول وعرض برابر باشند. (نکته ۶۴)

۶۲۲ـ۴ نقطه (α , α^2) را روی منحنی درنظر گرفته و فاصله آن را از خط $y = x - 1$ یافته و سپس با استفاده از مشتق گیری مینیمم آنرا بیابید

۶۲۳ـ ۲ همواره تساوی $\mathbf{Sin(Cosx + 2\pi) = SinCosx}$ برقرار است.

۶۲۴ـ ۲ دوره تناوب صورت و مخرج کسر بترتیب 2π و π است.

۶۲۵ـ ۲ محل برخورد دو منحنی نقاط (0, 0) و (1, 1) و (-1, 1) است. روی فواصل [0, 1] و [-1, 0] جداگانه انتگرال گرفته و مجموع آندو رابیابید.

۶۲۶ـ ۴ فقط در گزینه ۴ روی R، y' مثبت است.

۶۲۷ـ ۴ بجز تابع گزینه ۴ بقیه زوج هستند.

۶۲۸ـ ۳ توجه کنید که $y = (Sinx - \frac{1}{2})^2 - \frac{1}{4}$ است و ماکزیمم y برابر 2 و مینیمم y برابر $\frac{-1}{4}$ است.

۶۲۹ـ ۲ از نکته ۴۴، 2- باید ریشه مخرج و o روی مجانب مایل باشد.

۶۳۰ـ ۳ وقتی $t \to 1$ آنگاه $y \to \infty$ و مجانب قائم $x = \frac{1}{2}$ حاصل می شود.

۶۳۱ـ ۲ خط $x = 0$ و $y = 0$ مجانب های قائم و افقی تابع هستند توجه کنید که $x = -1$ جزء دامنه نیست.

۶۳۲ـ ۳ از نکته ۳۱ استفاده کنید.

۶۳۳ـ ۳ با درنظرگرفتن $U = \sqrt[4]{x^3}$ از قاعده زنجیری استفاده کنید.

۶۳۴ـ ۲ عبارت $U = Cosx$ را جایگذاری کرده نسبت به U مشتق بگیرید.

۶۳۵ـ ۲ صورت عبارت $(\frac{y}{g})'$ را محاسبه کنید توجه کنید که $(\frac{y}{g})' = \frac{y'g - g'y}{g^2} = \frac{0}{g^2} = 0$ اکنون از نکته ۴۰ استفاده کنید.

۶۳۶ـ ۴ به تعداد Sin ها از نکته ۲۴ استفاده کنید در واقع n بار باید بجای Sinx عبارت هم ارز یعنی x را قرار دهید و در نهایت Sin...Sinx هم ارز خود

x خواهد شد.

۶۳۷ـ ۳ صورت کسر با $21x^8$ هم ارز است.

۶۳۸ـ ۲ وقتی $x \to 0$ حدّ $f(x)$ برابر یک و نیز $f(\frac{\sqrt{3}}{2}) = 1$ است.

۶۳۹ـ ۳ حدّ صورت مبهم $0 \times \infty$ را دارد باید رفع ابهام شود تغییر متغیر $x = \frac{1}{t}$ را اعمال کنید.

۶۴۰ـ ۲ دوبار از قاعده هوپیتال (نکته ۲۱) استفاده کنید.

۶۴۱ـ ۲ از نکته ۳۷ استفاده کنید.

۶۴۲ـ ۱ مانند تست ۲۵۵ عمل کنید.

۶۴۳ـ ۲ معادله $y' = 0$ دارای دو ریشه است.

۶۴۴ـ ۲ تغییر متغیر $U = x^2$ را اعمال کنید و از نکته ۵۵ استفاده کنید.

۶۴۵ـ ۲ روی دو فاصله $[0, 1]$ و $[1, \frac{\pi}{2}]$ جداگانه انتگرال بگیرید.

۶۴۶ـ ۲ روی دو فاصله $[0, 1]$ و $[-1, 0]$ انتگرال بگیرید.

۶۴۷ـ ۱ مانند تست ۵۲۹ عمل کنید.

۶۴۸ـ ۲ از فرمول $V = \int \pi (y^2_1 - y^2_2)dx$ استفاده کنید.

۶۴۹ـ ۲ براحتی دیده می شود که $f(-x) = f(x)$ است.

۶۵۰ـ ۱ از نکته ۴ استفاده کنید.

۶۵۱ـ ۲ زیر رادیکال باید مثبت باشد.

۶۵۲ـ ۱ مخرج همواره مثبت و همواره صورت از مخرج کمتر است.

۶۵۳ـ ۱ از نکته ۴۴ استفاده کنید.

۶۵۴ـ ۴ مانند تست ۶۵۷ بجای y، مقدار mx را قرار دهید معادلهٔ $(m^3+1)x^3-3mx^2=0$ حاصل می شود باید $m^3 + 1 = 0$ باشد یعنی

$m = -1$ باشد.

۶۵۵ـ ۲ نقطه $x = 1$ باید ریشه مخرج و مشتق مخرج باشد.

۶۵۶ـ ۲ ازنکته ۳۷ استفاده کنید.

۶۵۷ـ ۲ دوبار از قاعده زنجیری استفاده کنید.

۶۵۸ـ ۱ تابع را بصورت $y = 8(x^4)^3 + 12(x^4)^2$ نوشته و مشتق بگیرید.

۶۵۹ـ ۲ از نکته ۲۳ استفاده کنید.

۶۶۰ـ ۲ مقدار $x = \frac{\pi}{6}$ را در تابع قرار دهید. ([ ] جزء صحیح است)

۶۶۱ـ ۳ با توجه به نکته ۲۳ بجای صورت $x^3 - 3x + 2$ را قرار داده دوبار از قاعده هوپیتال استفاده کنید.

۶۶۲ـ ۲ از قاعده هوپیتال استفاده کنید.

۶۶۳ـ ۴ از نکته ۴۳ استفاده کنید.

۶۶۴ـ ۳ از نکته ۱۵ استفاده کنید.

۶۶۵ـ ۳ مکان نقطه مینیمم بصورت $(2m , -4m^2 + 5)$ می باشد.

۶۶۶ـ ۳ از نکته ۳۱ استفاده کنید.

۶۶۷ـ ۴ بـا اثـردادن tg بـه طـرفین رابـطه را بـصورت $tgx = x + y$ می نویسیم و از طرفین مشتق می‌گیریم داریم:

$$1 + tg^2x = 1 + y' \Rightarrow y' = tg^2x = (x + y)^2$$

۶۶۸ـ ۳ دامنه تابع $]-\infty , 1] \cup [3 , \infty[$ است.

۶۶۹ـ ۲ معادله $y' = 0$ تنها یک جواب دارد.

۶۷۰ـ ۱ تغییر متغیر $U = \frac{1}{x}$ را اعمال کنید.

۶۷۱ـ ۲ عبارت Sec^4x را بصورت $Sec^2x\ (tg^2x + 1)$ بنویسید.

۶۷۲ـ ۱ مخرج را بصورت $\sqrt{x}\sqrt{1-x}$ نوشته تغییر متغیر $U = \sqrt{x}$ را

ن کنید.

۶۷۳ـ ۳ نقطه $x = 3$ نقطه ناپیوستگی است از نکته ۶۱ استفاده کنید.

۶۷۴ـ ۲ تغییر متغیر $U = \frac{x+1}{x-1}$ را اعمال کنید.

۶۷۵ـ ۳ مجانب مایل $y = x$ است سطح محصور بین منحنی و مجانب بصورت $S = \lim_{a \to +\infty} \left| \int_2^a \frac{1}{x^2} dx \right| = \lim_{a \to \infty} \frac{1}{2} - \frac{1}{a} = \frac{1}{2}$ است.

۶۷۶ـ ۲ باید $S = \left| \int_{-\sqrt{2}}^{\sqrt{2}} ydx \right|$ را محاسبه کنید.

۶۷۷ـ ۴ توجه کنید که $F(3) - F(0) = \int_0^3 f(x)\,dx$ است.

۶۷۸ـ ۲ وقتی $x \to 1$ ، $\frac{2x+1}{2x-1} \to 3$ اکنون $f(3) = 4$ است.

روش دوم: با تغییر متغیر $t = \frac{2x+1}{2x-1}$ تابع $f(x)$ را محاسبه و $f(3)$ را بدست آورید.

۶۷۹ـ ۳ تابع در نقاط 0 و 1 و 1- دارای حدّی برابر صفر است.

۶۸۰ـ ۲ حدّ راست تابع در $x = 0$ برابر 2 و حدّ چپ برابر $-a^3 + 3a - 1 + 1$ است اگر ایندو را مساوی قرار دهید معادله $a^3 - 3a + 2 = 0$ حاصل می شود که دو ریشه دارد.

۶۸۱ـ ۱ با توجه به نکته ۷ معکوس $y = 5x - 1$ را بیابید.

۶۸۲ـ ۴ با استفاده از نکته ۲۹ نشان دهید $y' > 0$ است.

۶۸۳ـ ۴ باید $[x] - 2 \neq 0$ باشد یعنی $x \notin [2, 3[$ است.

۶۸۴ـ ۳ معادله $x = \frac{2}{x^2+3}$ یک ریشه مثبت دارد البته واضح است که ریشه مربوطه با توجه به نکته ۴۵ محل تقاطع $y = x$ و $y = \frac{2}{x^2+3}$ است.

۶۸۵ـ ۳ با استفاده از مشتق مینیمم را محاسبه و از نکته ۶ استفاده کنید.

۶۸۵ ـ ۳ با استفاده از مشتق مینیمم را محاسبه و از نکته ۶ استفاده کنید.

۶۸۶ ـ ۳ زیر رادیکال را بصورت $(x^2 - \frac{1}{2})^2 + \frac{3}{4}$ بنویسید.

۶۸۷ ـ ۲ وقتی $x \to \infty$ آنگاه $y \to 0$ لذا $y = 0$ یک مجانب است.

۶۸۸ ـ ۳ مخرج باید ریشه مضاعف داشته باشد.

۶۸۹ ـ ۴ ازنکته ۲۳ استفاده کنید.

۶۹۰ ـ ۱ از نکته ۲۶ استفاده کنید.

۶۹۱ ـ ۲ با توجه به نکته ۲۴ بجای $\text{Sin}\ \frac{1-x}{x^2+1}$ مقدار $\frac{1-x}{x^2+1}$ را قرار دهید و سپس حدّ بگیرید.

۶۹۲ ـ ۳ بجای x مقدار $\frac{\pi}{6}$ را جایگزین کنید چون $0 < \frac{\pi}{6} < 1$ است لذا $[\frac{\pi}{6}] = 0$ و $\text{Sin}\ \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}$ و بنابراین $[\text{Sin}\frac{\pi}{6}]$ مساوی صفر است.

۶۹۳ ـ ۲ با توجه به نکته ۲۴ عبارت $\text{tg}\ \frac{\pi}{2x}$ هم‌ارز $\frac{\pi}{2x}$ است.

۶۹۴ ـ ۱ منحنی در نقطه $x = 1$ همواره بر $y = 4x + 4$ مماس است.

۶۹۵ ـ ۴ باید دو تابع $y_1 = 2\sqrt{x}$ و $y_2 = -2\sqrt{x}$ را درنظر گرفته و مقدار $\left| \int_0^4 (y_2 - y_1)\, dx \right|$ را محاسبه کنید.

۶۹۶ ـ ۴ از نکته ۴ استفاده کنید.

۶۹۷ ـ ۲ توجه کنید که $f(x)$ همواره برابر 1 است.

۶۹۸ ـ ۳ مجموعه جواب نامعادله $(\frac{x}{3})^2 - 9 \geq 0$ دامنه تابع است.

۶۹۹ ـ ۱ باید اولاً $x \geq 0$ و ثانیاً $\sqrt{x} \leq 1$ باشد.

۷۰۰ ـ ۱ صورت کسر با $\sqrt{4x}$ هم ارز است.

۷۰۱ ـ ۲ براحتی می توان دید که $f(x) = f(x + 2)$ است.

۷۰۲ ـ ۱ صورت کسر هم ارز x می باشد.

۷۰۳ـ۳ توجه کنید که همواره $0 \leq x - [x] < 1$ است.

۷۰۴ـ۱ توجه کنید که $x - \frac{\pi}{4}$ در فاصله $[\frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}]$ قرار دارد.

۷۰۵ـ۳ هردوی $f(1)$ و $f(f(0))$ بی معنی اند.

۷۰۶ـ۴ دوره تناوب تک تک توابع بترتیب 3π و 2π و 2π است و کوچکترین مضرب مشترک این سه 6π است.

۷۰۷ـ۴ باید $x - 1$ و $2 - \sqrt{x - 1}$ نامنفی باشند.

۷۰۸ـ۳ در گزینه ۳ اگر x را به $-x$ تبدیل کنید تغییری حاصل نمی شود..

۷۰۹ـ۴ دامنهٔ تابع $[0, \infty[$ است و روی دامنه $f(x) = 0$ است لذا برد تابع برابر $\{0\}$ است.

۷۱۰ـ۱ در نزدیکی $x = 2$ مقادیر y' مثبت است.

۷۱۱ـ۴ تابع f و $tg2x$ هردو دوره تناوبشان $\frac{\pi}{2}$ است.

۷۱۲ـ۴ توجه کنید که $g(10) = \frac{1}{10}$ و $f(\frac{1}{10}) = \pi$ است.

۷۱۳ـ۳ باید $\frac{5x - x^2}{4} \geq 1$ باشد.

۷۱۴ـ۴ از تعریف دامنه ترکیب توابع کمک بگیرید.

۷۱۵ـ۱ تابع را بصورت $f(x) = [2x] - 2x + [3x] - 3x$ بنویسید و با توجه به نکته ۱۴ دوره تناوب قسمت اول $\frac{1}{2}$ و قسمت دوم $\frac{1}{3}$ است.

۷۱۶ـ۲ دو نقطه $(-1, 1)$ و $(1, 1)$ در رابطه 2 است.

۷۱۷ـ۴ می توان از شرط $y \geq 0$ استفاده کرد و تساوی $y = \sqrt{16 - x^2}$ را درنظر گرفت در این تساوی باید $-4 \leq x \leq 4$ باشد و با توجه به محدودیت $x > 0$ باید $0 < x \leq 4$ باشد. اگر $x = 4$ باشد $y = 0$ است و لذا همواره

$0 \leq y < 4$ است.

۷۱۸ـ ۳ توجه کنید که $f(0) = 2$ است و همواره $0 < f(x) \leq 2$ است.

۷۱۹ـ ۲ $\text{Cos}\ (\text{Cos}(x + \pi) = \text{Cos}(-\text{Cos}x) = \text{Cos}(\text{Cos}x)$

۷۲۰ـ ۱ ترکیب توابع خطی $(f(x) = ax + b)$ خطی است.

۷۲۱ـ ۳ از نکته ۱۱ استفاده کنید.

۷۲۲ـ ۳ توجه کنید که $f(x + 4) = -f(x + 2) = f(x)$ است.

۷۲۳ـ ۱ گزینه ۱ حاصلضرب دو تابع فرد است.

۷۲۴ـ ۱ تابع موردنظر حاصلضرب دو تابع با دوره تناوب π است.

۷۲۵ـ ۱ صورت و مخرج هردو کسر با x^2 هم ارزند.

۷۲۶ـ ۲ ازنکته ۲۴ وشرط وپیوستگی یعنی تساوی $\lim_{x \to 0} f(x)$ و $f(0)$ استفاده کنید.

۷۲۷ـ ۱ حدّ صورت مبهم $\infty - \infty$ را دارد باید رفع ابهام شود.

۷۲۸ـ ۴ حدّ بصورت مبهم $\frac{0}{0}$ است باید رفع ابهام شود.

۷۲۹ـ ۳ صورت کسر با x^6 و مخرج کسر با $-\text{Sin}x^6$ هم ارز است.

۷۳۰ـ ۲ نامساوی دوم را ساده کنید تا به شکل نامساوی اول درآید.

۷۳۱ـ ۳ وقتی $x \to 0$ صورت کسر صفر و مخرج ناصفر است.

۷۳۲ـ ۳ با توجه به نکته ۲۴ چون $\lim_{x \to 0} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \to 0} \frac{2x}{mx^n}$ پس $n = 1\ ,\ m = 2$ است.

۷۳۳ـ ۴ صورت کسر با $(3x)^4$ هم ارز است.

۷۳۴ـ ۲ صورت کسر با $x^3 - a^3$ و مخرج کسر با $x^2 - a^2$ هم ارز است.

۷۳۵ـ ۴ هرسه گزینه ۱ و ۲ و ۳ حدّ دارند.

۷۳۶ـ ۱ حدّ بصورت مبهم $\frac{0}{0}$ است از قاعده هوپیتال استفاده کنید.

۷۳۷ـ ۲ از نکته ۲۳ استفاده کنید.

۷۳۸ـ ۳ از تعریف پیوستگی و قاعده هوپیتال استفاده کنید.

۷۳۹ـ ۴ نزدیک نقطه $x = 1$ مقدار f' منفی است.

۷۴۰ـ ۳ چون $g'(x) = af'(ax)$ و $g'(0) = 2$ پس $af'(0) = 2$ است.

۷۴۱ـ ۲ طبق فرض صفر ریشه مشتق ثانی است لذا باید $m = -1$ باشد.

۷۴۲ـ ۴ مشتق راست و چپ هردو برابر صفرند.

۷۴۳ـ ۳ مشتق $f(\frac{1}{\cos x})$ بصورت $f'(\frac{1}{\cos x})\frac{\sin x}{\cos^2 x}$ می باشد.

۷۴۴ـ ۳ همواره در نقطه $(-6, 1)$ مقدار y' برابر یک است.

۷۴۵ـ ۱ با توجه به تست ۲۶۷ عبارت مطلوب برابر $2f'(\pi/3)$ است.

۷۴۶ـ ۲ اگر ابعاد مکعب مستطیل را x و y و z فرض کنیم داریم:

$$2xy + 2yz + 2xz = 48 \Rightarrow xy + yz + xz = 24$$

برای اینکه حجم ماکزیمم باشد باید $x = y = z$ باشد یعنی هرسه برابر $2\sqrt{2}$ باشد.

۷۴۷ـ ۴ مانند تست ۲۸۷ عمل کنید.

۷۴۸ـ ۱ تابع را نسبت به $3x^2$ مرتب کرده مشتق بگیرید داریم

$$f(x)=\frac{2}{3}(3x^2)+5\frac{\sqrt{3}}{3}(3x^2)^{1/2}\Rightarrow f'(x)=\frac{2}{3}+\frac{5\sqrt{3}}{3\times 2\sqrt{3x^2}}=\frac{2}{3}+\frac{5}{6x}$$

۷۴۹ـ ۲ چون $x^4 + y^4 = (x^2 + y^2)^2 - 2x^2y^2$ است $x^4 + y^4$ وقتی مینیمم است که $2x^2y^2$ ماکزیمم باشد پس باید $y^2 = x^2 = \frac{a^2}{2}$ باشد، لذا $x^4 + y^4 = \frac{a^4}{2}$ است.

۷۵۰ـ ۲ مشتق عبارت بصورت $\frac{f'(x)}{f^2(x)} - 2f(x)\ f'(x)$ است.

۷۵۱ـ ۲ توجه کنید که صورت کسر برابر $(Sinx - Cosx)^2$ است.

۷۵۲ـ ۴ $y'' = 6(x - 5)$ بازاء $x = \frac{1}{4}$ مقدار y'' منفی است.

۷۵۳ـ ۱ توجه کنید که $f'(x) = 6Sinx \cdot Sin^2(Cosx)$ است.

۷۵۴ـ ۳ بنا بر نکته ۴۸ ریشه مضاعف ریشه مشتق نیز می باشد توجه کنید که $1-$ ریشه مشتق است پس ریشه خود معادله خواهد بود.

۷۵۵ـ ۱ با استفاده از تعریف، مشتق راست برابر صفر است.

۷۵۶ـ ۱ بنا بر نکته ۳۱ نقطه $x = 1$ نقطه بازگشت و می نیمم تابع است.

۷۵۷ـ ۳ به نکته ۱۵ توجه کنید.

۷۵۸ـ ۴ معادله $y' = 0$ بصورت $5Sinx\ Cosx\ (Sin^3x - Cos^3x) = 0$ درمی آید که $\frac{\pi}{2}$ و $\frac{3\pi}{2}$ و π و $\frac{\pi}{4}$ و $\frac{5\pi}{4}$ جوابهای آن هستند.

۷۵۹ـ ۴ یکی از شرایط لازم برای پیوستگی حدّ داشتن است.

۷۶۰ـ ۳ در نقطه $x = 2$ بر محور xها مماس بوده و آنرا قطع می کند.

۷۶۱ـ ۱ معادله $y' = 2x\ Cosx^2 = 0$ دارای جواب $x = \sqrt{\frac{\pi}{2}}$ است.

۷۶۲ـ ۳ مشتق بصورت $\frac{x}{2}$ $Cos\ (Arc\ Sin$ $\frac{x}{2})$ است. $y' = \frac{\frac{1}{2}}{\sqrt{1 - (x/2)^2}}$

توجه کنید که $Cos Arc\ Sin \frac{x}{2}$ برابر $\sqrt{1 - (\frac{x}{2})^2}$ است پس $y' = \frac{1}{2}$ است.

۷۶۳ـ ۳ مانند تست ۵۵۹، $y = Arctg4 + Arctgx$ است.

۷۶۴ـ ۲ حدّ مطلوب مشتق راست f در نقطه $x = 1$ است توجه کنید که برای $t \neq 0$ همواره $1 + t^2 > 1$ است.

۷۶۵ـ ۳ مقدار t $y' = \frac{dy}{dx} = \frac{3t^2dt}{2tdt} = \frac{3}{2}$ را بازاء $t = 1$ محاسبه کنید.

۷۶۶ـ ۴ با توجه به تعریف مشتق حدّ مطلوب مشتق $Cos2x$ است.

۷۶۷ـ ۴ با استفاده از تعریف خواهید دید که $f'(0)$ موجود نیست.

۷۶۸ـ ۲ از نکته ۲۴ استفاده کنید

۷۶۹ـ ۲ $f'(x)$ مجموع n عامل است که فقط یکی از آنها یعنی $(x - n) \ldots (x - 2)(x - 1)$ عامل x را ندارد و بقیه عامل x را دارند.

۷۷۰ـ ۴ وقتی مستطیل موردنظر مربع باشد بیشترین مساحت را دارد.

۷۷۱ـ ۴ تابع را بصورت $y = \frac{(x-1)^2 - 2}{(x-1)^2 + 3}$ بنویسید بوضوح صورت کسر از مخرج کمتر است لذا $-\frac{2}{3} \leq y < 1$ است.

روش دوم: با توجه به قسمت دوم نکتهٔ ۳۲ مشتق تابع دارای یک ریشه است لذا گزینه های ۱ و ۲ غلط اند و چون $f(0) = -\frac{1}{2} < 0$ است پس گزینه ۴ صحیح است.

۷۷۲ـ ۳ از نکته ۲۳ استفاده کنید.

۷۷۳ـ ۳ حدّ $\frac{y}{x}$ وقتی $x \to \infty$ برابر ۲ است ولی حدّ $(2 - \frac{y}{x})$ وقتی $x \to \infty$ موجود نیست.

۷۷۴ـ ۳ توجه کنید که $x = 0$ ریشه ساده قدر مطلق است.

۷۷۵ـ ۴ چون $b^2 < ac$ پس $\Delta = 4b^2 - 4ac$ منفی است و تابع محور xها راقطع نمی کند و چون $a < 0$ پس تابع همواره منفی است.

۷۷۶ـ ۳ تکنیک روی فاصله $]\frac{1}{2}, 0[$ تابع صعودی است پس مقادیر f' مثبت و روی $]1, \frac{1}{2}[$ تابع نزولی پس مقادیر f' منفی است.

۷۷۷ـ ۴ خطوط $x = 0$ و $y = \pm 1$ مجانبها هستند.

۷۷۸ـ ۴ توجه کنید که $\lim_{x \to +\infty} (g(x) + x - 2 - (x + 1)) = 0$ است.

۷۷۹ـ ۴ باتوجه به نکته ۳۱ نقطه $x = 1$ نقطه بازگشت است.

۷۸۰ـ ۱ توجه کنید که همواره $y = (x - 1)^2$ است.

۷۸۱ـ ۲ مجانب های منحنی $x = 1$ و $y = -2x + 2$ بوده و تابع ماکزیمم و مینیمم دارد.

روش دوم: با توجه به نکته ۴۳ مشتق معادله دارای دو ریشه است بنابراین گزینه های ۳ و ۴ باطل می باشند و چون مجانب مایل یعنی $y = -2x - 2$ ضریب زاویه اش منفی است گزینه ۲ درست است.

۷۸۲ـ ۴ خطوط $y = -\frac{1}{6}$ و $y = 6x + \frac{1}{6}$ مجانبهای منحنی اند.

۷۸۳ـ ۳ وقتی $x \to \infty$، $y = \text{ArcSin}1 = \frac{\pi}{2}$ می شود.

۷۸۴ـ ۲ معادله را بصورت $(x^2 - 1)y^3 + (3x^2+3)y + 12x^3 - 12 = 0$ نوشته و با توجه به نکته ۴۱ اگر x به سمت ± 1 برود y بسمت ∞ می رود.

۷۸۵ـ ۲ نقط $y = x$ مجانب است.

۷۸۶ـ ۴ تکنیک: فقط دامنه گزینه ۴ برابر $]-\infty , -1[\cup]1 , \frac{1}{2}[$ است.

۷۸۷ـ ۱ مکان بصورت $2(x - 1)^2 + (y + 1)^2 = 2$ می باشد.

۷۸۸ـ ۲ با توجه به نکته ۳۱ در $x = -1$ نقطه بازگشت خواهیم داشت.

۷۸۹ـ ۴ روی $]0 , \infty[$ تابع منفی بوده و روی $]-\infty , 0[$ یک سهمی است.

۷۹۰ـ ۴ فقط در گزینه ۴ خطوط $y = \pm x$ مجانب اند توجه کنید که گزینهٔ ۲ تابع نمی باشد.

۷۹۱ـ۳ اگر قرار دهید $z = x^2$ آنگاه $z^3 - 3z^2 + 1 = 0$ دو ریشه دارد.

۷۹۲ـ۳ اگر قرار دهید $z = 2x - 1$ معادله بصورت $z^3 - 4z + 1 = 0$ خواهد بود.

۷۹۳ـ۲ مخرج کسر فقط یک ریشه دارد.

۷۹۴ـ۳ طبق فرض $x_1 = -2x_2$ و چون $x_1 + x_2 + x_3 = 0$ است لذا $x_3 = -x_1 - x_2 = x_2$ از طرفی $x_1x_2x_3 = -\frac{2\sqrt{3}}{9}$ لذا $-2x^3_2 = -\frac{2\sqrt{3}}{9}$ در نتیجه $x_2 = \frac{\sqrt{3}}{3}$ با جایگذاری در معادله m برابر 2 خواهد بود.

۷۹۵ـ۲ اگر تبدیل $x \to \frac{1}{x}$ را انجام دهیم با توجه به نکته ۵۰ چون معادله حاصل همواره یک ریشه مثبت دارد لذا معادله اولیه نیز چنین است.

روش دیگر: در معادله یک تغییر علامت داریم پس معادله یک ریشه دارد.

۷۹۶ـ۴ تغییر متغیر $U = x - 1$ را اعمال کنید.

۷۹۷ـ۱ عبارت را بصورت $\int tg^2x \cdot Sec^2xdx$ نوشته و تغییر متغیر $U = tgx$ را اعمال کنید.

۷۹۸ـ۴ تغییر متغیر $U = 1 - x$ را اعمال کرده و انتگرال بگیرید.

۷۹۹ـ۱ باید $\int_0^1 \pi y^2dx = \pi\int_0^1 x(x^2 - 1)^2\,dx$ را محاسبه کنید.

۸۰۰ـ۱ تغییر متغیر $U = 2x^2 + 1$ را اعمال کنید.

۸۰۱ـ۲ انتگرال را به ۵ قسمت روی ناپیوستگی‌های $[x]$ تقسیم کنید.

۸۰۲ـ۱ تابع $f(x) = Sinx$ را با $x_0 = \frac{\pi}{3}$, $dx = \frac{-\pi}{180}$ درنظر بگیرید.

۸۰۳ـ۳ از نکته ۵۶ استفاده کنید.

۸۰۴ـ۳ توجه کنید که $\sqrt[3]{3} - 2 =$ است و این معادل با تساوی $\sqrt[3]{3} = x - 2$ می باشد اگر طرفین را به توان 3 برسانیم معادله

$x^3-6x^2+12x-8=3$ حاصل می شود که این خود به معادله گزینه تبدیل می شود.

۸۰۵ـ ۴ باید عبارت داخل رادیکال نامنفی و مخرج آن ناصفر باشد وچون $|x| + 1$ همواره دارای علامت مثبت است لذا فقط باید $|x| - 1 \geq 0$ باشد یعنی $|x| \geq 1$ بنابراین باید $x \leq -1$ یا $x \geq 1$ باشد.

۸۰۶ـ ۴ با توجه به نکته ۱۴ دوره تناوب f برابر $\frac{\pi}{2 \times 2}$ است.

۸۰۷ـ ۱ باید $y' = -3\ Sin3x - 27Sinx$ بزرگتر از صفر باشد داریم:

$y' = -3\ (3\ Sinx - 4\ Sin^3x) - 27\ Sinx =$

$12\ Sin^3x - 36Sinx = 12Sinx(Sin^2x - 3)$

در عبارت اخیر $Sin^2x - 3$ همواره منفی بوده و باید فاصله ای را بیابیم که $Sin\ x$ مثبت باشد که تنها روی فاصله $[0\ ,\ \pi]$ عبارت $Sinx$ مثبت است.

۸۰۸ـ ۴ حدّ راست تابع برابر 1 و حدّ چپ تابع برابر -1 است و اختلاف ایندو برابر 2 می باشد. توجه کنید که مقادیر $\frac{|x|}{x}$ وقتی $x < 0$ باشد برابر -1 و وقتی $x > 0$ باشد برابر 1 خواهد بود.

۸۰۹ـ ۱ با توجه به نکته ۲۳ بجای $\sqrt{x^2 + ax}$ هم ارزش یعنی $x + \frac{a}{2}$ را قرار دهید.

$$\lim_{x \to \infty} \sqrt{x^2 + ax} - x + 1 = \lim_{x \to \infty} x + \frac{a}{2} - x + 1 = \frac{a}{2} + 1 \Rightarrow a = 4$$

۸۱۰ـ ۲ باید در نقطه $x = 1$ تابع پیوسته باشد یعنی حدّ چپ و راست هردو موجود وبرابرمقدارتابع باشندیعنی $\lim_{x \to 1^-} f(x) = 3$ و $\lim_{x \to 1^+} f(x) = 3$

باشد لذا داریم :

$$\begin{cases} 1 - a = 3 \Rightarrow a = -2 \\ b - 1 = 3 \Rightarrow b = 4 \end{cases} \Rightarrow a + b = 2$$

۸۱۱ـ ۲ مشتق تابع بصورت $f'(x) = \begin{cases} 2ax & x > 1 \\ 1 & x < 1 \end{cases}$ می باشد و چون مشتق پیوسته است باید حدّ چپ و راست مشتق در $x = 1$ برابر باشند یعنی $2a = 1$ پس $a = \frac{1}{2}$ است از طرفی چون f در $x = 1$ مشتق دارد پیوسته نیز می باشد لذا حدّ چپ و راست تابع f در $x = 1$ برابر است یعنی $a + 1 = 1 + b$ لذا $b = a = \frac{1}{2}$ و بالنتیجه $a + b = 1$ است.

۸۱۲ـ ۱ با استفاده از قاعده زنجیری $f'(x) = \frac{2 \text{ Arc tgx}}{1 + x^2}$ است و لذا $f'(-1) = -\frac{\pi}{4}$ است.

۸۱۳ـ ۲ اگر d را قطر و x و y را طول و عرض درنظر بگیریم $d^2 = x^2 + y^2$ است و $x + y = 8$ می باشد از اینجا نتیجه می شود:

$$d = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{x^2 + (8 - x)^2} = \sqrt{x^2 + x^2 - 16x + 64} = \sqrt{2(x - 4)^2 + 32}$$

واضح است که d وقتی کمترین مقدار را دارد که $x = 4$ باشد یعنی $d = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}$ است.

۸۱۴ـ ۱ با توجه به نکته ۱۵ باید $x = 1$ نقطه عطف باشد لذا $y'' = 6ax + 12$ بازاءِ $x = 1$ برابر صفر است یعنی:

$$6a + 12 = 0 \Rightarrow a = -2$$

۸۱۵ـ ۴ وقتی $x \to +\infty$ بنا بر نکته ۲۶ تابع هم ارز

$y = \frac{x^2}{(a-1)x} = \frac{x}{a-1}$ است لذا باید $2x = \frac{x}{a+1}$ باشد یعنی $2a - 2 = 1$ در نتیجه باید $a = \frac{3}{2}$ باشد زمانی که $x \to -\infty$ نیز به تساوی $a = \frac{1}{2}$ منجر می شود.

۸۱۶-۳ چون $\Delta = 4p^3 + 27q^2 = 4(-512) + 27(64) = -320 < 0$ است معادله سه ریشه دارد که چون $q > 0$ است یک ریشه منفی و دو ریشه مثبت می باشند.

۸۱۷-۱ با درنظرگرفتن $f(x) = \sqrt[6]{x}$ و $x_0 = 64$ و $\Delta x = 1$ داریم:

$$f(x_0 + \Delta x) = f(x_0) + f'(x_0)\,\Delta x = \sqrt[6]{x_0} + \frac{1}{6\sqrt[6]{x_0^5}}\Delta x = \sqrt[6]{64} + \frac{1}{6\sqrt[6]{64^5}} \times 1 = 2 + 0.005 = 2.005$$

روش دوم: با توجه به نکتهٔ ۶۵ مسئله قابل حل است.

۸۱۸-۴ ابتدا $y' = \frac{dy}{dx} = \frac{\sqrt{x}}{1+y}$ را بصورت $(1 + y)\,dy = \sqrt{x}\,dx$ نوشته و از طرفین انتگرال بگیرید تساوی $y + \frac{y^2}{2} = \frac{2}{3}x^{3/2} + C$ حاصل می شود اکنون اگر مقادیر $x = 0$ و $y = 1$ را جایگذاری کنید تساوی $y + \frac{y^2}{2} = \frac{3}{2}$ حاصل می شود بازاء $x = 1$ داریم:

$$2y + y^2 = \frac{4}{3}(1)^{3/2} + 3 = \frac{13}{3}$$

۸۱۹-۳ ابتدا از اتحاد مزدوج استفاده کرده و سپس تغییر متغیر $U = Cotgx$ را اعمال کنید. در اینصورت $dU = -(1 + Cotg^2x)$ و نتیجه می شود:

$$F(x)= \int (Cotg^2x - 1)\,(Cotg^2x+1)\,dx= - \int (U^2-1)\,dU$$

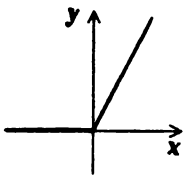
$$= - \frac{U^3}{3} + U + c = - \frac{Cotg^3x}{3} + Cotgx + c$$

۸۲۰ـ ۴ با توجه به نکته ۵۳ مقدار p برابر 2 بوده و $S = \frac{4 \times 2^2}{3} = \frac{16}{3}$ است. البته راه‌حل عادی مسئله اخیر یافتن نقاط برخورد دو منحنی است که $x = 0$ و $x = 4$ محل برخورد است و می‌توان از فرمول $S = \left| \int_0^4 (y_1 - y_2)dx \right|$ سطح را محاسبه کرد.

۸۲۱ـ ۳ $\frac{fog(2)}{gof(-1)} = \frac{f(g(2))}{g(f(-1))} = \frac{f(-2)}{g(1)} = \frac{-1}{-3} = \frac{1}{3}$

۸۲۲ـ ۴ تکنیکی: $f \in (0 , -1)$ در نتیجه باید $f^{-1} \in (-1 , 0)$ و تنها شکلی که نقطه $(-1 , 0)$ را دربردارد گزینه ۴ است.

روش دوم: تابع را بصورت $y = \begin{cases} 4x & x \geq 0 \\ 0 & x < 0 \end{cases}$ بنویسید نمودار تابع بصورت مقابل است و قرینه نمودار نسبت به نیمساز اول گزینه ۴ است.



۸۲۳ـ ۱ براساس تعریف حدّ گزینه ۱ درست است.

۸۲۴ـ ۴ بجای $\sqrt{x^2 - 2x + 3}$ با توجه به نکته ۲۳ هم ارزش یعنی $-(x - 1)$ را قرار دهید (توجه کنید که $x \to -\infty$) داریم:

$$\lim_{x \to -\infty} -(x - 1) - ax - b = 0 \Rightarrow \lim_{x \to -\infty} -(a+ 1)x + (1 - b) = 0$$

$$a + 1 = 0 , 1 - b = 0 \Rightarrow a = -1 , b = 1 \Rightarrow a + b = 0$$

۸۲۵ـ ۱ باید $f(x) = f(2)$ باشد چون حدّ چپ تابع در نقطه $\lim_{x \to 2}$ $x = 2$ برابر 5 است لذا باید $f(2) = 5$ ولی $f(3) = 8 = 5+3$ است

بنابراین $f(2)$ برابر -3 $f(3)$ می باشد.

۸۲۶ـ ۴ اگر قرار دهیم $y = (x^{15}+2x^{10} + x^6 + 2x + 1)^{101} = U^{101}$

در اینصورت با استفاده از قاعده زنجیری داریم:

$$y' = 101\, U'\, U^{100} =$$

$$101\,(15x^{14} + 20x^9 + 5x^4 + 2)\,(x^{15} + 2x^{10} + x^5 + 2x + 1)^{100}$$

اکنون اگر $x = 0$ را در عبارت اخیر قرار دهیم مقدار مشتق برابر خواهد بود با:

$$101 \times 2 \times 1 = 202$$

۸۲۷ـ ۲ با توجه به نکتهٔ ۵۵ همواره $y' = \frac{1}{1 + x^2}$ است اگر $x = 1$ را قرار دهیم ضریب زاویه مماس بر منحنی در نقطه $x = 1$ برابر $\frac{1}{2}$ خواهد بود.

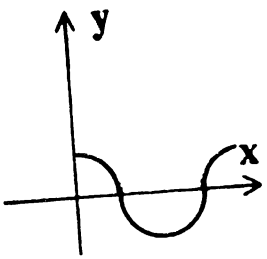
۸۲۸ـ ۱ باید مشتق دوم در $x = 1$ برابر صفر باشد لذا $y'' = 6x + 4a$ بازاءِ $x = 1$ صفر است یعنی $6 + 4a = 0$ در نتیجه $a = -\frac{3}{2}$ است.

روش دوم: از نکته ۶۶ نتیجه می شود که $\frac{2a}{3} - = 1$ و لذا $a = \frac{-3}{2}$ است.

۸۲۹ـ ۳ بـ مسیم صورت کسر به مخرج معادله مجانب مایل بصورت $y = x + 1$ خواهد شد که عرض از مبدا این خط برابر 1 است.

۸۳۰ـ ۴ با توجه به نکته ۲۳ وقتی $x \to -\infty$ مجانب مایل بصورت $y = x + 1 - (-(x + 1))$ است که این خود بصورت $y = 2x + 2$ می باشد وقتی $x \to +\infty$ مجانب افقی $y = 0$ را داریم.

۸۳۱ـ ۲ توجه کنید که منحنی $y = \text{Cos}x$ بصورت مقابل می باشد اگر قسمت هایی که تابع منفی است به بالا منعکس شود گزینه ۲ حاصل می شود.



۸۳۲ـ ۳ چون $\Delta = 4p^3 + 27q^2 = -32 + 108 = 76 > 0$ است و $q = -2 < 0$ لذا معادله یک ریشه مثبت دارد.

۸۳۳ـ ۴ تغییر متغیر $U = ax + b$ را اعمال کنید سپس $du = adx$ و لذا $dx = \frac{du}{a}$ خواهد بود و انتگرال مطلوب بصورت زیر خواهد شد:

$$\int f(ax+b)dx = \int f(u)\frac{du}{a} = \frac{1}{a}\int f(u)du = \frac{1}{a}F(u) = \frac{1}{a}F(ax+b)$$

روش دوم: اگر از گزینه ها مشتق بگیرید به همین نتیجه خواهید رسید.

۸۳۴ـ ۱ بجای $Sin^2 2x$ مساویش یعنی $\frac{1 - Cos4x}{2}$ را قرار دهید.

$$\int_0^{\pi/8} Sin^2 2x\,dx = \int_0^{\pi/8} \left(\frac{1}{2} - \frac{Cos4x}{2}\right) dx = \frac{1}{2}x - \frac{Sin4x}{8}\Big]_0^{\pi/8}$$

$$= \frac{\pi}{16} - \frac{1}{8}$$

۸۳۵ـ ۲ نقطه $x = 1$ محل تقاطع منحنی با محور xها است بنابراین با توجه به نکته ۶۱ باید مساحت را در دو قسمت بصورت زیر محاسبه کرد.

$$S = \left| \int_0^1 (x^3 - 1)\,dx \right| + \left| \int_1^2 (x^3 - 1)\,dx \right| = \left| \left[\frac{1}{4}x^4 - x\right]_0^1 \right|$$

$$+ \left| \left[\frac{1}{4}x^4 - x\right]_1^2 \right| = \left|\frac{1}{4} - 1\right| + |4 - 2|$$

$$+ \left|\frac{1}{4} - 1\right| = \frac{7}{2}$$

۸۳۶ـ ۴ باید از فرمول $V = \pi \int_0^{\pi/4} y^2 dx$ استفاده کنیم داریم:

$$V = \int_0^{\pi/4} \pi\, tg^2 x\,dx = \pi \int_0^{\pi/4} ((tg^2 x + 1) - 1)\,dx$$

$$= \pi(\text{tgx} - x)\Big]_0^{\pi/4} = \pi - \frac{\pi^2}{4}$$

۸۳۷ـ۱ باید هر دو عبارت $\frac{x-1}{x-3}$ و $\frac{-x+2}{x}$ نامنفی باشد اولی روی $]-\infty, 1] \cup]3, +\infty[$ و دومی روی $[0,2[$ نامنفی است که اشتراک این دو فاصله $[0,1[$ است.

۸۳۸ـ۳ بنا بر نکته ۹ تابع باید فرد باشد یعنی باید $f(-x) = -f(x)$ داریم:

$$f(-x) = \text{Log}\,(-ax + \sqrt{9(-x)^2 + 1}) = \text{Log}\,(-ax + \sqrt{9x^2 + 1}) =$$

$$\text{Log}\frac{-a^2x^2+9x^2+1}{ax+\sqrt{9x^2+1}} = \text{Log}\frac{(-ax + \sqrt{9x^2 + 1})\,(ax + \sqrt{9x^2 + 1})}{ax + \sqrt{9x^2 + 1}}$$

$$= \text{Log}\frac{-a^2x^2 + 9x^2 + 1}{ax + \sqrt{9x^2 + 1}} = \text{Log}\frac{(9 - a^2)\,x^2 + 1}{ax + \sqrt{9x^2 + 1}}$$

آخرین عبارت زمانی برابر $-f(x)$ است که $a = \pm 3$ باشد.

۸۳۹ـ۴ توجه کنید که $y' = 1 + \frac{-8}{x^3} = \frac{x^3 - 8}{x^3}$ روی دو فاصله $]-\infty, 0[$ و $]2, +\infty[$ مثبت و لذا تابع روی این دو فاصله صعودی است.

۸۴۰ـ۳ حدّ موردنظر را بصورت $\lim\limits_{x \to 0} \frac{x - \text{Sin}x}{x\text{Sin}x}$ نوشته وباتوجه به نکته ۲۴ حدّ موردنظر بصورت $\lim\limits_{x \to 0} \frac{x^3}{3x^2} = 0$ خواهد بود.

روش دوم: از قاعده هوپیتال نیز بجای نکته ۲۴ می توان کمک گرفت.

۸۴۱ـ۲ وقتی $x \to 3^-$ عبارت $[x]$ برابر 2 بوده و نیز $|x - 3| = -(x - 3)$

می باشد بنابراین داریم:

$$\lim_{x\to 3^-} f(x) = \lim_{x\to 3^-} \frac{3-[x]}{x-3}|x-3| =$$

$$\lim_{x\to 3^-} \frac{(3-2)}{x-3}(-(x-3)) = -(3-2) = -1$$

۸۴۲ـ۳ حدّ چپ تابع در نقطه $x = -1$ برابر 1 و حدّ راست تابع در $x = -1$ برابر 2 است لذا در $x = -1$ تابع ناپیوسته است. در نقطه $x = 1$ حدّ راست برابر 1 وحدّ چپ برابر 2− است وچون $f(1) = -2$ بنابراین در $x = 1$ از چپ پیوسته است.

۸۴۳ـ۲ با استفاده از تعریف مشتق داریم :

$$f'(0) = \lim_{x\to 0} \frac{f(x)-f(0)}{x-0} = \lim_{x\to 0} \frac{|tgx|}{x} = \pm 1$$

در واقع مشتق راست برابر 1+ و مشتق چپ برابر 1− است که 1+ ضریب زاویه نیمساز نواحی اول و سوم و 1− ضریب زاویه نیمساز نواحی دوم و چهارم است و زاویه بین ایندو برابر $\frac{\pi}{2}$ می باشد.

۸۴۴ـ۴ توجه کنید که $f'(x) = \begin{cases} 2ax & x < 1 \\ 3bx^2 + 2 & x \geq 1 \end{cases}$ است

و باید در $x = 1$ مشتق چپ یعنی $2a$ با مشتق راست یعنی $3b + 2$ برابر باشند لذا $2a = 3b + 2$ است و پیوستگی تابع در $x = 1$ نتیجه می دهد که $a = b + 2$ از حل دو معادله اخیر $a = 4$ و $b = 2$ خواهد شد در نتیجه $a + b = 6$ است.

۸۴۵ـ۲ با توجه به نکته ۱۵ نقطه $x = -a = 1$ طول نقطه عطف بوده

یعنی $a = -1$ است.

۸۴۶ـ ۲ براساس نکته ۲۳ وقتی $x \to -\infty$ بجای $\sqrt{4x^2 + 8x + 9}$ مقدار هم ارزش یعنی $-(2x + 2)$ را قرار دهید و $y = 2x + 1 - (2x + 2) = -1$ مجانب افقی است.

۸۴۷ـ ۱ چون $y' = \frac{Cosx}{(1 - 2\,Sinx)^2}$ است معادله $y' = 0$ دارای جواب $x = \frac{\pi}{2}$ است و مقدار تابع بازاء $x = \frac{\pi}{2}$ برابر صفر است.

روش دوم: توجه کنید که در فاصله $[\frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}]$ عبارت $1 - Sinx$ همواره نامنفی و عبارت $1 - 2Sinx$ همواره منفی است بنابراین تابع در فاصلهٔ $[\frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}]$ همواره نامثبت است و ماکزیممش صفر است.

۸۴۸ـ ۴ توجه کنید که $y = x + \frac{4}{x^2}$ و لذا $y' = 1 + \frac{-8}{x^3} = \frac{x^3 - 8}{x^3}$ بوده و در $x = 2$ مقدار مشتق صفر شده و قبل از آن $y' < 0$ و بعد از آن $y' > 0$ است لذا قبل از نقطه $x = 2$ تابع نزولی و سپس صعودی است و فقط گزینه ۴ این شرائط را داراست.

روش دوم: چون y' در نقطه $x = 2$ برابر صفر بوده و $y'' = \frac{24}{x^4}$ در $x=2$ مثبت است لذا $x=2$ طول نقطه مینیمم است.

۸۴۹ـ ۲ با توجه به نکته ۴۵ باید k را طوری تعیین کنید که معادله $k = -\frac{3x + 1}{x^3}$ دارای سه جواب متمایز باشد معادله را بصورت $kx^3 + 3x + 1 = 0$ نوشته و طرفین را بر k تقسیم کنید معادله $x^3 + \frac{3}{k}x + \frac{1}{k} = 0$ حاصل می شود باید نامعادله $\Delta < 0$ را حل کرد.

$$\Delta < 0 \Rightarrow 4\left(\frac{3}{k}\right)^3 + 27\left(\frac{1}{k}\right)^2 < 0 \Rightarrow \frac{4 \times 27}{k^3} + \frac{27}{k^2} < 0$$

$$\Rightarrow \frac{108 + 27k}{k^3} < 0 \quad \Rightarrow \quad -4 < k < 0$$

۸۵۰ـ ۱ تکنیک: تنها تابع گزینه ۱ مشتقش برابر $2x$ است.

روش دوم: نقطه $(-1, 0)$ فقط در گزینه ۱ صدق می‌کند.

روش سوم: باید معادله $y' = 2x$ را حل کرد این معادله به معادله $y=x^2+c$ منجر می شود با جایگذاری $x = 0$ و $y = -1$ مقدار c برابر -1 خواهد شد.

۸۵۱ـ ۴ ابتدا انتگرال را محاسبه و سپس $x \to \infty$ را اعمال کنید:

$$f(x) = \int_8^x t^{-4/3}\, dt = \frac{t^{-1/3}}{-1/3}\Big]_8^x = -3x^{-1/3} + 3(8)^{-1/3} =$$

$$-3x^{-1/3} + \frac{3}{2} = \frac{-3}{\sqrt[3]{x}} + \frac{3}{2}$$

اکنون در اخیرین عبارت اگر $x \to +\infty$ عبارت برابر $\frac{3}{2}$ خواهد بود.

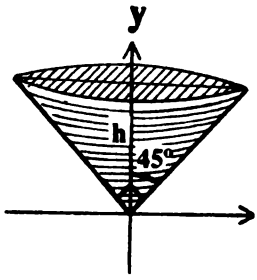
۸۵۲ـ ۲ ابتدا با استفاده از روابط مثلثاتی داریم:

$$f(x) = \frac{\cos^2 x - \sin^2 x}{\sin x \cdot \cos\pi/4 + \sin\pi/4 \cdot \cos x} =$$

$$\frac{(\cos x - \sin x)(\cos x + \sin x)}{\sqrt{2}/2\,(\sin x + \cos x)} = \sqrt{2}\,(\cos x - \sin x)$$

$$S = \left| \int_0^{\pi/4} \sqrt{2}\,(\cos x - \sin x)\, dx \right| = \left| \sqrt{2}\,[\sin x - \cos x] \right|$$

$$= \sqrt{2}\left(\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} - 1\right) = \sqrt{2}\,(\sqrt{2} - 1) = 2 - \sqrt{2}$$



۸۵۳ـ ۲ با توجه به شکل مقابل می توان حجم مخروطی را در نظر گرفت که از دوران $y=x$ حول محور yها بصورت $V = \int_0^h \pi x^2 dy$ حاصل می شود توجه کنید در اینجا $V=243\pi$ است و h مجهول است داریم:

$$V = 243\pi = \int_0^h \pi x^2 dy = \int_0^h \pi y^2 dy = \frac{\pi y^3}{3}\Big]_0^h = \frac{\pi h^3}{3}$$

در نتیجه $\pi h^3 = 729\,\pi$ و لذا $h = 9$ می باشد.

۸۵۴ـ ۳ چون $(1\ ,\ 0)$ روی نمودار f است با توجه به نکته ۸ نقطه $(0\ ,\ 1)$ روی نمودار f^{-1} است.

۸۵۵ـ ۴ در فاصله مذکور چون مقادیر x بزرگتر از یک است لذا هر تابعی که توانش بیشتر باشد بالای دیگر توابع قرار دارد.

۸۵۶ـ ۲ با توجه به نکته ۲۴ بجای Arctgx مقدار x را قرار دهید.

۸۵۷ـ ۴ نامساوی $\frac{1}{(x-2)^2} > 64$ نتیجه می شود که $(x-2)^2 < \frac{1}{64}$ در نتیجه $|x-2| < \frac{1}{8}$ و لذا $-\frac{1}{8} < x-2 < \frac{1}{8}$ و بنابراین $\frac{15}{8} < x < \frac{17}{8}$ است.

۸۵۸ـ ۱ برای آنکه تابع در نقطه $x=1$ پیوسته باشد باید مقدار $f(1)$ برابر حدّ راست تابع در نقطه $x = 1$ باشد داریم:

$$\lim_{x \to 1^+} f(x) = \lim_{x \to 1^+} 2x = 2 = f(1)$$

۸۵۹ـ ۲ معادله را بصورت $y - \text{ArcSin}x - \text{Arc Cos}y + \frac{\pi}{2} = 0$ نوشته

با توجه به نکته ۲۹ داریم:

$$y' = -\frac{-\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}}{1-\frac{-1}{\sqrt{1-y^2}}} = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}+1} \Rightarrow y' = \frac{1}{2}$$

۸۶۰ـ ۳ چون $f' < 0$ است تابع نزولی می باشد پس گزینه های ۱ و ۲ نادرستند و چون $f'' < 0$ است تقعر منحنی بسمت‌پایین‌است لذا گزینه ۳ درست است.

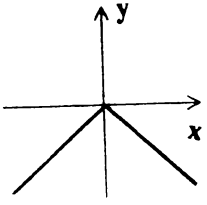
۸۶۱ـ ۱ با درنظرگرفتن $\Delta x = 0.05$ و $x_0 = a$ نتیجه می شود:

$$f(a + 0.05) = f(a) + f'(a) \cdot \Delta x = 5 + (-4)(0.05) = 4.8$$

۸۶۲ـ ۲ عبارت را بفرم $2(\text{Sin}\pi x - \frac{5}{4})^2 - \frac{25}{8}$ بنویسید پیداست که عبارت وقتی کمترین مقدار را دارد که $2(\text{Sin}\pi x - \frac{5}{4})^2$ کمترین مقدار باشد از آنجاکه $\frac{11\pi}{6} \leq \pi x \leq \frac{9\pi}{6}$ است پس $-1 \leq \text{Sin}\pi x \leq -\frac{1}{2}$ و عبارت اخیر بازاء $x = \frac{11}{6}$ کمترین مقدار یعنی 2 را دارد.

۸۶۳ـ ۲ چون معادلهٔ $x^2 - 4x + 5 = 0$ ریشه ندارد بنابراین منحنی مجانب قائم ندارد و $y = 2$ مجانب افقی می باشد.

۸۶۴ـ ۲ توجه کنید که تابع به شکل مقابل بوده و پیداست که همواره نامثبت است و بیشترین مقدارش را در $x = 0$ اختیار می کند.



۸۶۵ـ ۳ توجه کنید که $y = 2$ مجانب افقی تابع است و از شکل پیداست

که نقطهٔ برخورد تابع با محور yها در $x=0$ اتفاق می افتد پس $f(0) = 2$ است بنابراین $b = 2$ خواهد بود و از طرفی وقتی $x \to +\infty$ مقادیر تابع کمی بزرگتر از 2 است لذا باید $a > 2$ باشد.

روش دوم: تابع در فاصله ای که دو اکسترمم اتفاق می افتد صعودی است لذا y' در فاصله دواکسترمم مثبت است.

۸۶۶ ـ ۴ در نقطه تلاقی با محور yها یعنی در نقطه $x = 0$ باید مقدار مشتق را محاسبه کرد مشتق تابع بصورت $y' = 1 + tg^2x - Cosx$ می باشد.

پیداست که در $x = 0$ مقدار y' برابر صفر است برای مقادیر کمتر و بیشتر از 0 نیز $y' > 0$ است لذا نزدیکی $x = 0$ تابع صعودی است و چون y' نیز در $x = 0$ برابر صفر است گزینه ۴ جواب صحیح است.

۸۶۷ ـ ۲ مقادیر تابع همواره منفی می باشد لذا منحنی همواره پایین محور xها است لذا از نواحی سوم و چهارم می گذرد.

۸۶۸ ـ ۱ اگر α، β و γ ریشه های معادله باشند آنگاه $\alpha + \beta + \gamma = -2(-m)$ است لذا $-(m-3) = -2\alpha\beta\gamma$ یا $m=1$ می باشد.

۸۶۹ ـ ۳ کافی است تغییر متغیر $u = tgx$ را اعمال کنید چون $du=sec^2xdx$ است بنابراین انتگرال برابر می شود با:

$$\int_0^{\pi/4} \frac{tg^3x}{Cos^2x}\,dx = \int_0^{\pi/4} u^3du = \frac{u^4}{4}\Big]_0^{\pi/4} = \frac{1}{4}tg^4x\Big]_0^{\pi/4} = \frac{1}{4}$$

۸۷۰ ـ ۲ چون $y = \frac{1}{x}$ از فرمول $V = \int_1^3 \pi y^2dx$ استفاده کنید داریم:

$$V = \int_1^3 \pi \left(\frac{1}{x}\right)^2 dx = \pi \int_1^3 x^{-2}\, dx = \pi \frac{x^{-1}}{-1}\Big]_1^3 = \pi\left(\frac{-1}{3} + 1\right) = \frac{2\pi}{3}$$

۸۷۱ـ۴ بازاء $x = -\frac{1}{2}$ داریم $7x = -3.5$, $5x = -2.5$ و بنابراین

$$|[7x] - |[5x]|| = |-4 - |-3|| = |-4 -3| = 7$$

۸۷۲ـ۳ روش اول: معادله $f'(x) = 1 - \frac{-2x}{\sqrt{4 - x^2}} = 0$ را درنظر بگیرید این معادله بصورت $-\sqrt{4 - x^2} = 2x$ ساده می شود توجه کنید که در آخرین معادله باید x منفی باشد یعنی $x < 0$ است اگر طرفین را بتوان رسانده و ساده کنیم $x = \pm\sqrt{2}$ حاصل می شود که جواب منفی قابل قبول است چون $D_f = [-2 , 2]$ و داریم $f(\sqrt{2}) = -2\sqrt{2}$ و $f(2) = 2$ و $f(-2) = -2$ لذا طبق نکته ۶۵ برد تابع برابر $[-2\sqrt{2} , 2]$ است.

روش دوم: دامنهٔ تابع $[-2, 2]$ می باشد و نقاط اکسترمم $\pm\sqrt{2}$ می باشد. با جایگذاری مقادیر ± 2 و $\pm\sqrt{2}$ برد مشخص می شود.

۸۷۳ـ۱ ابتدا $fof(x)$ را حساب کنید سپس حدّ بگیرید داریم:

$$fof(x) = \frac{-1}{\frac{-1}{x+1} + 1} = -\frac{x+1}{x} \Rightarrow \lim_{x \to \infty} fof(x) = -1$$

روش دوم (تکنیک): وقتی $x \to \infty$ آنگاه $f(x) \to 0$ پس کافی است با

توجه به پیوستگی تابع در $x = 0$ مقدار $f(0)$ محاسبه شود.

۸۷۴ـ۲ حدّ صورت مبهم $\frac{0}{0}$ را دارد از قاعده هوپیتال استفاده کنید:

$$\lim_{x \to 1^-} \frac{\text{Arc Cos}x}{\sqrt{1 - x^2}} = \lim_{x \to 1^-} \frac{\frac{-1}{2\sqrt{x}\sqrt{1 - x}}}{\frac{-2x}{2\sqrt{1 - x^2}}} = \lim_{x \to 1^-} \frac{\sqrt{1 - x^2}}{4\sqrt{x}\sqrt{1 - x}}$$

$$\lim_{x \to 1^-} \frac{\sqrt{1 - x}\,.\,\sqrt{1 + x}}{2\sqrt{x}\sqrt{1 - x}} = \lim_{x \to 1^-} \frac{\sqrt{1 + x}}{2\sqrt{x}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

۸۷۵ـ۱ اگر $f(x) \geq 0$ باشد در اینصورت $y = \sqrt{f(x)}$ همواره معین و پیوسته است توجه کنید که گزینه ۴ غلط است چون ممکن است f تابعی پیوسته و متناوب باشد ولی مقادیر منفی را نیز اختیار کند.

۸۷۶ـ۳ از آنجا که $f'(a) = 0$ و $f''(a) \neq 0$ است نقطه $x = 0$ نقطه اکسترمم است و چون $f''(a) > 0$ پس جهت تقعر تابع در همسایگی 0 بسمت بالا است بنابراین نقطه $y = 0$ می نیمم تابع است و چون $f(a) = 0$ پس این نقطه روی محور xها نیز می باشد.

۸۷۷ـ۲ ابتدا با استفاده از قاعده زنجیری مشتق $f(\frac{2}{x})$ را یافته و بجای x مقدارش یعنی 2- را قرار دهید داریم:

$$y = f(\frac{2}{x}) \Rightarrow y' = -\frac{2}{x^2} f'(\frac{2}{x}) \Rightarrow y' = -\frac{2}{4} f'(\frac{2}{-2}) = -1$$

۸۷۸ـ۱ چون مشتق Arctgx برابر $\frac{1}{1 + x^2}$ است و این عبارت همواره مثبت است لذا Arctgx روی R تابعی صعودی است.

۸۷۹ـ۴ ابتدا مشتق بگیرید و توجه کنید که شرط آنکه تابعی بر محور xها مماس باشد آن است که بازاء ریشه مشتق y برابر صفر باشد داریم:

$y' = \frac{-2SinxCosx+2Sinx+2SinxCosx+aSinx}{(Cosx-1)^2} = 0 \Rightarrow x = 0$ یا π

لذا باید $\frac{2Cos\pi + a}{Cos\pi - 1} = 0$ باشد یعنی $a = 2$ است.

۸۸۰ـ۲ وقتی معادله $x^3 + px + q = 0$ ریشه مضاعف دارد ریشه ساده بصورت $x = -2\sqrt[3]{\frac{q}{2}}$ خواهد بود لذا $x = -6$ ریشه ساده است.

۸۸۱ـ۱ بنابر نکته ۴۴ محل برخورد دو مجانب مرکز تقارن است لذا $y = -\frac{1}{2}$ و $x=1$ مجانبهای منحنی اند پس $b + 4 = 0$ یعنی $b = -4$ و $\frac{a}{b} = \frac{-1}{2}$ در نتیجه $a = 2$ بنابراین $a + b = -2$ است.

۸۸۲ـ۳ خط $y = \frac{1}{2}$ مجانب افقی است و همانطور که از شکل پیداست منحنی در $x = 0$ این مجانب را قطع می‌کند لذا $\frac{1}{2} = \frac{0^2 + a\,0 + b}{2\,b \times 0 + 0 + 1}$ است از طرفی چون منحنی بر محور xها مماس است لذا باید $y = 0$ دارای ریشه مضاعف مثبت باشد یعنی باید $x^2 + ax + \frac{1}{2}$ مربع کامل باشد لذا $\frac{a}{2} = -\sqrt{\frac{1}{2}}$ یعنی $a = -\sqrt{2}$ است.

۸۸۳ـ۳ با توجه به نکته ۲۳ مجانب بصورت $y = x + \frac{k}{3}$ است لذا $\frac{k}{3} = 2$ یعنی $k = 6$ است.

۸۸۴ـ۲ چون در $x = 0$ تابع ناپیوسته است با توجه به نکته ۶۱ انتگرال باید بصورت زیر محاسبه گردد:

$$\int_{-2}^{1} \frac{|x|}{x}\,dx = \int_{-2}^{0} \frac{|x|}{x}\,dx + \int_{0}^{1} \frac{|x|}{x}\,dx =$$

$$\int_{-2}^{0} -dx + \int_{0}^{1} dx = -1$$

۳ـ۸۸۵ بجای $2Cotg2x$ می توان $Cotgx - tgx$ قرارداد داریم:

$$\int tgx\ Cotg2x dx = \int tgx\ (Cotgx - tgx)\ dx =$$

$$\int (1 - tg^2x) dx = \int (2 - (1 + tg^2x))\ dx = 2x - tgx + c$$

۲ـ۸۸۶

$$60 \int_{1}^{2} (x^2 - 4x)\ (x - 2)^9\ dx =$$

$$60 \int_{1}^{2} [(x - 2)^2 - 4]\ (x - 2)^9\ dx =$$

$$60 \int_{1}^{2} [(x - 2)^{11} - 4(x - 2)^9] dx =$$

$$60 \left[\frac{1}{12} (x - 2)^{12} - \frac{4}{10} (x - 2)^{10} \right]_{1}^{2} =$$

$$0 - 60 \left(\frac{1}{12} - \frac{4}{10} \right) = -5 + 24 = 19$$

۲ـ۸۸۷ با توجه به نکته ۵۷ چون $a = 3$ و $b = 2$ است و دوران حول قطر کوچک انجام می شود حجم یک نیم بیضی را باید محاسبه کنیم که برابر $\frac{1}{2} \left(\frac{4}{3} \pi a^2 b \right)$ یا 12π است.

۸۸۸ـ۴ تغییر متغیر $U = 1 + t^2$ را اعمال کنید در اینصورت $du = 2tdt$ بوده و داریم:

$$\int_0^1 \frac{t}{\sqrt{1 + t^2}}\, dt = \frac{1}{2} \int_0^1 2t \cdot (1 + t^2)^{-1/2}\, dt =$$

$$\frac{1}{2} \int_0^1 U^{-1/2}\, du = \frac{1}{2} \left. \frac{U^{1/2}}{\frac{1}{2}} \right]_0^1 = \left. \sqrt{1 + t^2} \right]_0^1 = \sqrt{2} - 1$$

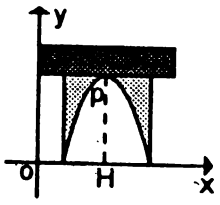
تستهای کنکور سال ۷۵ - ۷۴ مرحله اول

۱ - تابع f صعودی و از مبدأ می‌گذرد. دامنه تعریف تابع g با ضابطهٔ $g(x) = \sqrt{xf(x)}$ کدام مجموعه است؟

۱) $\{x \in R : x \geq 0\}$ ۲) $\{x \in R : x > 0\}$

۳) مجموعه اعداد حقیقی ۴) دامنهٔ f

۲ - مطابق شکل، معادلهٔ منحنی طاقی به صورت $y = -x^2+7x-5$ است. طول ارتفاع طاق (PH) کدام است؟



۱) 3 ۲) 3/5 ۳) 4 ۴) 4/5

۳ - معکوس تابع f با ضابطه $f(x) = \log_a \frac{1+x}{1-x}$:$x \in]-1, 1[$ و $a>1$ کدام نوع تابع است؟

۱) فرد ۲) زوج ۳) نه فرد، نه زوج ۴) نزولی

۴ - دوره تناوب تابع با ضابطه $f(x) = (-1)^{[x]}(x - [x])$ کدام است؟

۱) 1 ۲) 2 ۳) 3 ۴) 4

۵ - حد عبارت $x(\sqrt{x^2+1} - \sqrt{x^2-1})$ وقتی $x \to \infty$ کدام است؟

۱) -1 ۲) 0 ۳) 1 ۴) ∞

۶ - حد $\frac{-x}{x-1}$ وقتی $x \to \infty$ کدام است؟

۱) $-\infty$ ۲) -1 ۳) $+\infty$ ۴) ∞

۷ - تابع f با ضابطهٔ $f(x) = \begin{cases} \text{Arc tg}\frac{x}{1-x^2} & x \neq 1 \\ \frac{\pi}{2} & x = 1 \end{cases}$ ... است.

۱) فقط در $x = 1$ پیوسته ۲) در همهٔ نقاط ناپیوسته

۳) در R پیوسته ۴) در $x = 1$ ناپیوسته

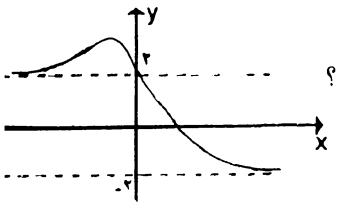
۸ - تابع f با ضابطهٔ $f(x) = x^3 + x$ مفروض است، مقدار $(f^{-1})'(2)$ کدام است؟

۱) 1 ۲) $\frac{1}{4}$ ۳) $\frac{1}{13}$ ۴) -4

۹ - اگر ماکزیمم تابع با ضابطهٔ $y=a\sin x+b\cos x$ در نقطهٔ $x=\frac{3\pi}{4}$ باشد، $a+b$ کدام است؟

۱) -1 ۲) $\frac{1}{2}$ ۳) 1 ۴) صفر

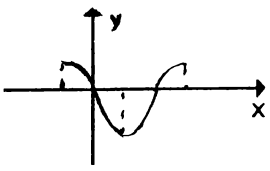
۱۰ - شکل مقابل، نمودار تابع با ضابطهٔ $y=\frac{Ax+B}{\sqrt{x^2+1}}$ است، $Ax+B$ کدام است؟



۱) $-2x+2$ ۲) $-2x+1$

۳) $2x-2$ ۴) $2x-1$

۱۱ - شکل مقابل، قسمتی از نمودار تابع با ضابطهٔ $y=\cos(ax+\frac{1}{2})\pi$ است، a کدام است؟



۱) $\frac{1}{2}$ ۲) $\frac{3}{2}$ ۳) $\frac{2}{3}$ ۴) $\frac{7}{4}$

۱۲ - به ازای کدام مقدار a، منحنی تابع با ضابطهٔ $y=\frac{3x-a}{x^2}$ و خط به معادله $y=x$ فقط در یک نقطه واقع در ناحیه سوم متقاطع‌اند؟

۱) $a<-1$ ۲) $a>1$ ۳) $a<-2$ ۴) $a>2$

۱۳ - مساحت سطح محصور بین منحنی به معادلهٔ $y=-x^2+4x-3$ و محور xها کدام است؟

۱) $\frac{2}{3}$ ۲) $\frac{3}{4}$ ۳) $\frac{4}{3}$ ۴) $\frac{3}{2}$

۱۴ - حاصل $\int_0^{\frac{\pi}{4}}\cos^3 2x\,dx$ کدام است؟

۱) $\frac{1}{2}$ ۲) $\frac{1}{3}$ ۳) $\frac{2}{3}$ ۴) $\frac{3}{2}$

۱۵ - حجم حاصل از دوران سطح محدود به منحنی تابع با ضابطهٔ $y=\sin x-\cos x$ و محور xها و دو خط $x=0$ و $x=\frac{\pi}{2}$ حول محور xها، کدام است؟

۱) $\pi(\frac{\pi}{2}-\frac{1}{2})$ ۲) $\pi(\frac{\pi}{2}-1)$ ۳) $\pi(2-\sqrt{2})$ ۴) $\pi(\sqrt{2}-1)$

پاسخ تشریحی سؤالات کنکور ۷۵ - ۷۴

۱ - (۴) تابع f از مبدأ می‌گذرد بنابراین $f(0) = 0$ و چون تابع صعودی است اگر $x<0$ آنگاه $f(x)<0$ و اگر $x>0$ آنگاه $f(x)>0$ بنابراین همواره $xf(x)\geq 0$ و در نتیجه دامنه تابع $g(x)$ برابر دامنه f است.

۲ - (۳) طول طاق PH برابر عرض نقطه ماکزیمم تابع است طول نقطه ماکزیمم ریشه مشتق تابع است و برابر $x=3$ می‌باشد بنابراین $PH = -3^2+7\times 3-5=4$

روش دوم: همانطور که از شکل پیداست طول H برابر میانگین ریشه‌های معادله $-x^2+7x-5=0$ است دو ریشه معادله 1 و 5 بوده و طول H برابر 3 است و $PH=f(3)=4$.

روش سوم: معادله سهمی را بصورت $(x-3)^2=-(y-4)$ بنویسید مختصات رأس $P(3,4)$ است و لذا $PH=4$.

روش چهارم: با توجه به آنکه در شکل PH برابر ضلع مربع است پس $PH=4$

۳ - (۱) $f(-x) = \log_a \frac{1+(-x)}{1-(-x)} = \log_a \frac{1-x}{1+x} = -\log_a \frac{1+x}{1-x} = -f(x)$

چون f فرد است معکوس آن نیز فرد خواهد بود.

۴ - (۲) کوچکترین عدد صحیحی که بازای آن $(-1)^{[x+T]}(x+T-[x+T])$ یا $(-1)^T f(x)$ برابر $f(x)$ است برابر 2 می‌باشد. $(T>0)$

۵ - (۳) با توجه به نکته ۲۳ داریم

$$\lim_{x\to-\infty} x(\sqrt{x^2+1}-\sqrt{x^2-1}) = \lim_{x\to-\infty} \frac{x[x^2+1-(x^2-1)]}{\sqrt{x^2+1}+\sqrt{x^2-1}} = \lim_{x\to-\infty} \frac{2x}{-x-x} = -1$$

۶ - (۳) وقتی $x\to 1^-$ عبارت $-1-\frac{1}{x}$ منفی بوده و به سمت صفر میل می‌کند داریم

$$\lim_{x\to 1^-} \frac{-x}{x-1} = \lim_{x\to 1^-} \frac{-1}{1-\frac{1}{x}} = +\infty$$

روش دوم: با فرض $x=1-t$ وقتی $x\to 1^-$ آنگاه $t\to 0^+$ و داریم

$$\lim_{x\to 1^-}\frac{-x}{x-1}=\lim_{t\to 0^+}\frac{-(1-t)}{1-t-1}=\lim_{t\to 0^+}\frac{t-1}{-t}=\lim_{t\to 0^+}(-1+\frac{1}{t})=+\infty$$

۷ - (۴) تابع $g(x)=\frac{x}{1-x^2}$ در $x=\pm 1$ ناپیوسته است و بقیه جاها پیوسته و چون Arctgu نیز همواره پیوسته است بنابراین تابع $f(x)$ در نقاط $R-\{\pm 1\}$ پیوسته است و چون حد چپ و راست تابع در $x=1$ نامساوی است تابع در $x=1$ ناپیوسته است توجه کنید که

$$\lim_{x\to 1^+} f(x)=\text{Arc tg}(-\infty)=\frac{-\pi}{2}\neq\frac{\pi}{2}=\lim_{x\to 1^-} f(x)=\text{Arctg}(+\infty)$$

۸ - (۲) اگر $(a,b)\in f$ آنگاه $(f^{-1})'(b)=\frac{1}{f'(a)}$ و داریم

$$(f^{-1})'(2)=\frac{1}{f'(1)}=\frac{1}{3+1}=\frac{1}{4}$$

۹ - (۴) چون بازای طول نقطه ماکزیمم مشتق صفر است داریم

$$f'(\frac{3\pi}{4})=0\neq\Rightarrow a\,\text{Cos}\frac{3\pi}{4}-b\,\text{Sin}\frac{3\pi}{4}=o\Rightarrow a+b=o$$

۱۰ - (۱) چون $f(0)=2$ بنابراین $B=1$ و از طرفی $\lim_{x\to+\infty} f(x)=-2$ بنابراین $\lim_{x\to+\infty}\frac{Ax+B}{|x|}=-2$ یا $A=-2$ در نتیجه $Ax+B=-2x+2$.

۱۱ - (۲) چون نمودار در یک دوره تناوب رسم شده است بنابراین دوره تناوب تابع برابر $\frac{4}{3}$ است و داریم

$$T=\frac{2}{a}\Rightarrow\frac{4}{3}=\frac{2}{a}\Rightarrow a=\frac{3}{2}$$

روش دوم: $f(\frac{1}{3})=-1$ پس $\text{Cos}(\frac{a}{2}+\frac{1}{2})\pi=-1$ درنتیجه $\frac{a}{3}+\frac{1}{2}=1$ پس $a=\frac{3}{2}$

۱۲ - (۴) باید معادله $\frac{3x-a}{x^2}=x$ یا $x^3-3x+a=0$ یک ریشه منفی داشته باشد

$$a>0\qquad \Delta>0\Rightarrow 4(-3)^3+27(a)^2>0\Rightarrow a^2-4>0\Rightarrow a>2$$

۱۳ - (۳) محل برخورد منحنی و محور x ها نقاط 1 و 3 بوده و داریم

$$S = \left| \int_1^3 (-x^2+4x-3)\,dx \right| = \left| -\frac{x^3}{3} + 2x^2 - 3x \right|_1^3 = \frac{4}{3}$$

۱۴ - (۲)

$$\int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos^3 2x\,dx = \frac{1}{4} \int_0^{\frac{\pi}{4}} (\cos 6x + 3\cos 2x)\,dx =$$

$$= \frac{1}{4}\left(\frac{1}{6}\sin 6x + \frac{3}{2}\sin 2x\right)\Big]_0^{\frac{\pi}{4}} = \frac{1}{3}$$

روش دوم: می‌توان نوشت $\cos^3 2x = \cos 2x\,(1-\sin^2 2x)$ و از تغییر متغیر $U = \sin 2x$ استفاده کرد.

۱۵ - (۲)

$$V = \pi \int_0^{\frac{\pi}{2}} (\sin x - \cos x)^2 dx = \pi \int_0^{\frac{\pi}{2}} (\sin^2 x + \cos^2 x - 2\sin x \cos x)\,dx$$

$$= \pi \int_0^{\frac{\pi}{2}} (1 - 2\sin 2x)\,dx = \pi(x + \cos 2x)\Big]_0^{\frac{\pi}{2}} = \pi\left(\frac{\pi}{2} - 1\right)$$

تستهای کنکور ۷۶ - ۷۵ مرحلهٔ اول

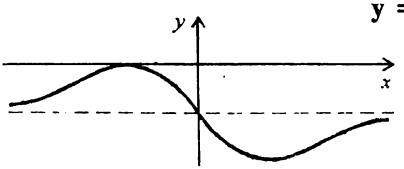
«سؤالات ویژهٔ نظام قدیم»

۱ - برد تابع f با ضابطه $f(x) = \frac{x}{\sqrt{1-[x]}}$ کدام مجموعه است؟

۱) $]-\infty, 0[$ ۲) $]-\infty, 1[$ ۳) $[0, +\infty[$ ۴) $[1, +\infty[$

۲ - شکل مقابل، نمودار تابع با ضابطه

$$y = \frac{-x^2 + ax - 1}{2x^2 + b}$$



است. $a + b$ کدام است؟

۱) 4 ۲) 2

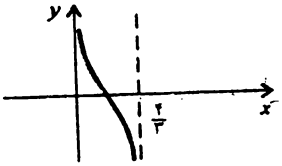
۳) 0 ۴) -2

۱۰ - نمودار تابع با ضابطه $y = \cos Kx$ در فاصله $[0 , 8]$ دارای دو نقطه عطف است و از نقطه (1 و 8) می‌گذرد، K کدام است؟

۱) $\frac{\pi}{4}$ ۲) $\frac{\pi}{2}$ ۳) π 4) 4π

۱۱ - قسمتی از نمودار تابع با ضابطه

$$y = \text{tg}(ax + \frac{1}{2})\pi$$



شکل مقابل است . a کدام است؟

۱) $-\frac{3}{4}$ ۲) $-\frac{3}{2}$

۳) $\frac{3}{2}$ ۴) $\frac{3}{4}$

۱۲ - اگر نمودارهای دو تابع با ضابطه $y = ax^2 + b, y = x^3 - 2x^2$ در نقطه‌ای به طول 2- مماس بر هم باشند، a کدام است؟

۱) 5 ۲) 3 ۳) -3 4) -5

پاسخ تستهای کنکور ۷۶ - ۷۵ مرحله اول

«ویژهٔ نظام قدیم»

۱ - (۲) دامنه تابع تمام xهایی است که $[x] - 1 > 0$ بنابراین

$$D_f = \{x : [x] < 1\} = \{x : x < 1\} = (-\infty , 1)$$

روی دامنه مقادیر تابع کوچکتر از 1 است و می‌تواند منفی نیز

باشد و بنابراین $R_f =]-\infty , 1[$

تکنیک: $f(-1) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ و $f(\frac{1}{2}) = \frac{1}{2}$ و فقط گزینه ۲ شامل $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ و $\frac{1}{2}$ است.

۲ - (۳) وقتی $x \to \pm\infty$, $y \to -\frac{1}{2}$ بنابراین خط $y = -\frac{1}{2}$ مجانب افقی است

چنانچه در شکل پیداست عرض مجانب افقی برابر عرض از مبدأ است یعنی

$f(0) = -\frac{1}{2}$ بنابراین $f(0) = -\frac{1}{b}$ یا $b=2$ از طرفی چون ریشه معادله $f(x) = 0$

ریشه منفی $f'(x) = 0$ است بنابراین داریم

$$f'(x) = \frac{(-2x+a)(2x^2+b) - 4x(-x^2+ax-1)}{(2x^2+b)^2} = 0$$

$$\Rightarrow -2ax^2+b = 0 \Rightarrow x = \pm 1$$

ریشه منفی برابر -1 است و $f(-1) = 0$ یعنی $a = -2$ بنابراین $a+b=0$

۱۰ - (۱)

$$f(8) = 1 \Rightarrow \cos 8k = 1 = \cos 0 \Rightarrow 8k = 2n\pi \Rightarrow k = \frac{n\pi}{4} \qquad n \in Z$$

از طرفی چون معادله $y'' = k^2 \cos kx = 0$ در فاصله $[0 , 8]$ دو ریشه دارد مقدار $k = \frac{\pi}{4}$ قابل قبول است.

۱۱ - (۱) با توجه به شکل باید $(ax + \frac{1}{2})\pi$ به ازای $x = \frac{2}{3}$ برابر صفر باشد یعنی داریم

$$(\frac{2}{3}a + \frac{1}{2})\pi = 0 \Rightarrow a = -\frac{3}{4}$$

۱۲ - (۴) اگر دو تابع f و g در نقطه‌ای بطول x_0 بر هم مماس باشند آنگاه

$$f'(x_0) = g'(x_0), \ f(x_0) = g(x_0)$$

$$f'(-2) = g'(-2) \Rightarrow 3(-2)^2 - 4(-2) = 2a(-2) \Rightarrow a = -5$$

پس درآمد

قطره‌ای از دریای بیکران

دل‌گرچه دراین بادیه بسیار شتافت

یک موی‌ندانست ولی‌موی شکافت

اندر دل من هزار خورشید بتافت

آخر بکمال ذره‌ای راه نیافت

خواننده گرامی اگر چه با مطالعه این کتاب سهمی بزرگ از دانش ریاضی را نصیب خود نموده‌اید اما نباید غافل بود که دنیای ریاضیات از گستردگی ویژه‌ای برخوردار است واز این گستره عالمگیر جزء کوچکی نصیب شما شده‌است بنابر این شایسته است که بر تلاش و کوشش خود جهت دریافت مفاهیم بیشتر و عمیقتر بیفزائید تا سهمی بزرگتر از دانش ریاضی نصیب شما شود موفقیت شما را در این امر از خداوند بزرگ خواستارم.

مؤلف

مسابقه ریاضی

خواننده عزیز، بعد از اصلاح ایرادهای زیر اگر بتوانید از این کتاب یک ایراد چاپی پیدا کنید و اولین نفری باشید که آن ایراد را متذکر می‌شوید، مبلغ ۵۰۰۰ ریال جایزه دریافت خواهید کرد. اگر یک ایراد ریاضی پیدا کنید ۱۰۰۰۰ ریال و در صورتی که ۳ ایراد ریاضی پیدا کنید و اولین نفری باشید که آن ۳ ایراد را متذکر می‌شوید، یک **سکه نیم‌بهار آزادی** دریافت خواهید کرد. نظرات خود را به یکی از سه نشانی زیر پست کنید.

تهران ـ دانشگاه صنعتی شریف ـ دانشکده ریاضی ـ غلامرضا صفاکیش همدانی

همدان ـ دانشگاه بوعلی سینا ـ صندوق پستی ۴۱۵۱

همدان ـ صندوق پستی ۳۳۳ انتشارات گنج‌نامه

اصلاحیه

صفحه	سطر	صورت نادرست	صورت صحیح
۱۱	یکی به آخر	۲)فقط]-1,∞[	۲) فقط [0,∞[
۲۲	درسوال ۹۴ کلیه اعداد 9 به 18 تبدیل شوند.		
۳۶	۱۰	$x < 2$	$x \neq 2$
		x=	x=2
۳۹	۱	9(۴	8(۴
۴۵	۱	g(x)=	]-∞,+∞[روی g(x)=
۵۴	۱۱	۳) $\sqrt[5]{(\frac{y}{x})^4}$	۳) $-\sqrt[5]{(\frac{y}{x})^4}$
۵۵	۱۷	درستند؟	نادرست است.؟
۵۷	۳و۸	$\sqrt{\ }$	$\sqrt[3]{\ }$
۵۸	۱۲	$\sqrt{\ }$	$\sqrt[3]{\ }$
۶۷	۶ تا به آخر	-4	+4
۷۳	در نمودار پایینی منحنی با محورها فاصله دارد.		
۸۵	۷	۴)دریک‌نقطه‌بر هم مماسند و در دو نقطه متقاطعند.	
۱۷۹	۱۰	تابع	رابطه

پاسخ تست‌های زیر را نیز اضافه نمایید.

۳ـ۱۶۲ ۴ـ۳۵۹ ۱ـ۳۶۰ ۴ـ۳۶۱

مراجع:

- ۱) جبر و آنالیز(سال چهارم ریاضی فیزیک)
- ۲) تستهای کنکور سالهای ۶۲ الی ۷۳ (سازمان سنجش آموزش کشور)
- ۳) جبر و آنالیز (محمود نصیری)
- ۴) نگاهی به جبر و آنالیز (م. رضوی)
- ۵) حساب دیفرانسیل و انتگرال و هندسه تحلیلی(لیتهولد)
- ۶) حساب دیفرانسیل و انتگرال و هندسه تحلیلی(توماس)
- ۷) حساب دیفرانسیل و انتگرال و هندسه تحلیلی(ژیلت)
- ۸) حساب دیفرانسیل و انتگرال و هندسه تحلیلی(سیلورمن)
- ۹) جزوات آموزشی رزمندگان، ایثارگران، راهیان دانشگاه، علامه، آینده سازان، بوعلی و ...
- ۱۰) مجلات رشد ریاضی، برهان، دانشمند و ...
- ۱۱) روشهای جبر (پرویز شهریاری)

تستهای کنکور سال ۷۶ - ۷۵ مرحله اول

۱ - تابع با کدام ضابطه زیر یک به یک است؟

۱) $y = |x|$ ۲) $y = x^2$ ۳) $\begin{cases} x^2 & x \le 0 \\ x & x > 0 \end{cases}$ ۴) $\begin{cases} -x & x > 0 \\ x^2 & x \le 0 \end{cases}$

۲ - نمودار تابع زوج نسبت به ..... تقارن دارد.

۱) محور xها ۲) محور yها

۳) نیمساز ناحیهٔ اول و سوم ۴) نیمساز ناحیهٔ دوم و چهارم

۳ - دورهٔ تناوب تابع با ضابطهٔ $f(x) = \frac{2}{3}x - [\frac{2}{3}x]$ کدام است؟

۱) $\frac{2}{3}$ ۲) $\frac{3}{2}$ ۳) 2 ۴) 3

۴ - $\lim_{x \to -\infty} f(x) = +\infty$ معادل کدام است؟ $(M>0 , N>0)$

۱) $\forall N \exists M \ni x<-M \Rightarrow f(x)>N$ ۲) $\forall N \exists M \ni x>M \Rightarrow f(x)<-N$

۳) $\forall N \exists M \ni |x|>M \Rightarrow f(x)>N$ ۴) $\forall N \exists M \ni |x|>M \Rightarrow f(x)<-N$

۵ - کدام گزینه در مورد حد تابع $f(x)=x+\frac{|x|}{x}$ در نقطه $x=0$ صحیح است؟

۱) حد موجود است.

۲) حد چپ موجود نیست.

۳) حد چپ و راست موجود نیست.

۴) حد چپ و راست موجود است ولی برابر نیستند.

۶ - مقدار $\lim_{x \to 0} \frac{\cos x - 2}{x^2}$ کدام است؟

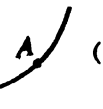
۱) -1 ۲) $-\frac{1}{2}$ ۳) $\frac{1}{2}$ ۴) 1

۷ - تابع f با ضابطه $f(x) = \begin{cases} x^2-1 & x<1 \\ 2 & x=1 \\ -x^2+3 & x>1 \end{cases}$ در نقطه $x=1$ از نظر

پیوستگی در کدام گزینه صدق می‌کند؟

۱) پیوسته است.
۲) پیوستگی چپ دارد.
۳) پیوستگی چپ و راست دارد.
۴) پیوستگی راست دارد.

۸ - وضع منحنی نمایش تابع $y = x + \text{Arc tg}x$ در نزدیکی نقطه A به طول $x=1$ واقع بر آن کدام است؟

۱) 

۲)

۳)

۴)

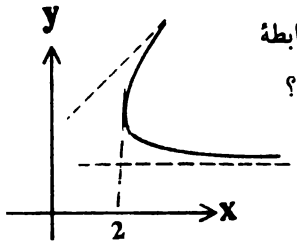
۹ - ضریب زاویهٔ خط مماس بر نمودار تابع $y = \text{Arc tg}\sqrt{x+1}$ در نقطه $x=1$ کدام است؟

۱) $-\frac{1}{4}$ ۲) $-\frac{1}{2}$ ۳) $\frac{1}{4}$ ۴) $\frac{1}{2}$

۱۰ - بیشترین مساحت مستطیلی که به وسیله یک طناب به طول 48 متر در حاشیهٔ یک رودخانه می‌توان محصور نمود چند متر مربع است؟ (به ضلع چهارم مستطیل دسترسی نیست.)

۱) 244 ۲) 288 ۳) 296 ۴) 316

۱۱ - شکل مقابل قسمتی از نمودار رابطه[1] با ضابطهٔ $f(x) = x \pm \sqrt{ax^2+bx}$ است، $a+b$ کدام است؟



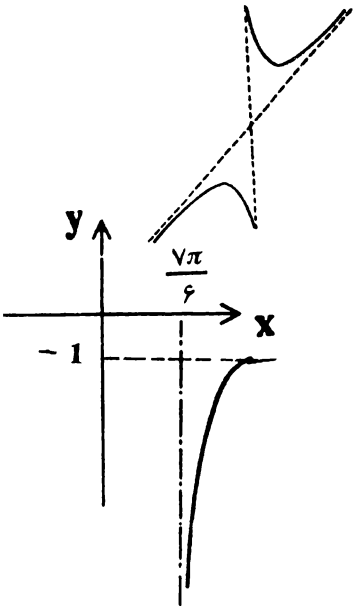
۱) -1 ۲) 0
۳) 1 ۴) 2

۱۲ - به ازای کدام مقدار k منحنی به معادله $y = \frac{2x+k}{x^2+2}$ بر خط به معادله $y=x-3$ مماس است؟

۱) 6- و 10- ۲) 6 و 10- ۳) 6- و 10 ۴) 6 و 10

۱۳ - به ازای کدام مقادیر a نمودار تابع با ضابطه $y=\frac{ax^2+3x+1}{1-2x}$ به صورت

۱ - در صورت اصلی تست کلمه «تابع» اشتباه بوده و در اینجا تصحیح شده است.



شکل مقابل است؟

۱) $a<0$ ۲) $a<-10$

۳) $-10<a<0$ ۴) $0<a<10$

۱۴ - شکل مقابل قسمتی از نمودار تابع با ضابطه $f(x)=\frac{1+a\sin x}{2+b\sin x}$ است، a.b کدام است؟

۱) -4 ۲) -3

۳) 2 ۴) 6

۱۵ - دیفرانسیل تابع با ضابطه $y=f(x)$ در رابطه $x^2\sqrt{x}dy=(x^2-\sqrt{x})dx$ صادق است و نمودار آن محور xها را در نقطه‌ای به طول 1 قطع می‌کند، $f(\frac{1}{4})$ کدام است؟

۱) -3 ۲) -1 ۳) 2 ۴) 4

۱۶ - اگر $\int \frac{3x+1}{\sqrt{2x+1}}dx=\sqrt{2x+1}\times f(x)+c$، آنگاه $f(x)$ کدام است؟

۱) $2x-1$ ۲) $x-1$ ۳) $x+1$ ۴) x

۱۷ - مساحت ناحیه محدود به نمودار تابع با ضابطه $y=\frac{\sin x}{\sqrt{1+\cos x}}$، $0\le x\le\pi$ و محور xها کدام است؟

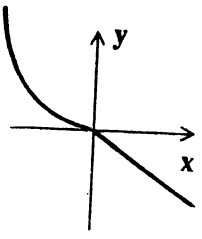
۱) $\sqrt{2}$ ۲) $2-\sqrt{2}$ ۳) 2 ۴) $2\sqrt{2}$

۱۸ - سطح محدود به منحنی تابع با ضابطه $y=\frac{\sqrt{1-x^2}}{x}$ و محور xها و خط $x=\frac{1}{2}$ را حول محور xها دوران می‌دهیم. حجم حاصل چقدر است؟

۱) $\frac{\pi}{2}$ ۲) π ۳) $\frac{3\pi}{2}$ ۴) 2π

پاسخ تستهای کنکور ۷۷ – ۷۶ مرحله اول

۱ – (۴) تکنیک : در سه گزینه ۱ و ۲ و ۳ تساوی $f(1)=-f(-1)$ بر قرار است بنابراین سه گزینه ۱و ۲ و ۳ غلط هستند.



روش دوم : اگر نمودار گزینه ۴ را رسم کنیم بصورت مقابل است که بوضوح یک به یک است.

۲ – (۲) نمودار تابع زوج نسبت به محور yها تقارن دارد.

$$f(x+T)=f(x) \Rightarrow \frac{2}{3}(x+T) - [\frac{2}{3}(x+T)]=\frac{2}{3}x-[\frac{2}{3}x] \Rightarrow$$

$$\frac{2}{3}T - [\frac{2}{3}x+\frac{2}{3}T]-[\frac{2}{3}x]=0$$

۳ – (۲) کوچکترین عدد T که به ازای آن تساوی اخیر برقرار است از تساوی $\frac{2}{3}T=1$ بدست می‌آید که برابر $T = \frac{3}{2}$ است.

روش دوم : با توجه به نکته ۱۴ مساله حل می‌شود.

۴ – (۱) به تعریف حد توجه کنید.

۵ – (۴) حد چپ و راست به ترتیب برابر ۱ و ۱- هستند.

۶ – (۲) با توجه به نکته ۲۴ داریم.

$$\lim_{x\to 0}\frac{Cosx-1}{x^2}=\lim_{x\to 0}\frac{-\frac{x^2}{2}}{x^2}=-\frac{1}{2}$$

۷ – (۴) چون حد راست برابر مقدار تابع است پیوستگی راست دارد.

$$\lim_{x\to 1^+} f(x)=\lim_{x\to 1^+}(-x+3)=2=f(2)$$

$$\lim_{x\to 1^-} f(x)=\lim_{x\to 1^-}(x^2-1)=0\neq f(2)$$

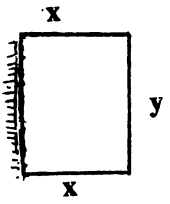
۸ – (۲) چون $f'(x)=1+\frac{1}{x^2+1}$, $f''(x)=\frac{-2x}{(x^2+1)^2}$ بنابراین

$f'(1)=\frac{3}{2}$, $f''(1)=\frac{-1}{2}$ پس تابع در نقطه به طول $x=1$ صعودی است و تقارن آن بسمت پایین است.

۹ - (۳) ضریب زاویه در نقطه $x=1$ برابر $f(1)$ است با فرض $u=\sqrt{x}$ داریم.

$$f'(x)=\frac{u'}{1+u^2}=\frac{\frac{1}{2\sqrt{x}}}{1+(\sqrt{x})^2}=\frac{1}{2(\sqrt{x}+x\sqrt{x})}\Rightarrow f'(1)=\frac{1}{4}$$

۱۰ - (۲) مطابق شکل مقابل طول 48 به سه قسمت x و y و x تقسیم می‌شود و $x+y+x=48$ یا $y=48-2x$ اکنون مساحت برابر $s=xy$ یا $s=x(48-2x)$ است داریم.



$$s'=48-4x=0\Rightarrow x=12\Rightarrow S_{Max}=12(48-24)=288$$

۱۱ - (۱) در یک قسمت رابطه یعنی $f(x)=x-\sqrt{ax^2+bx}$ اولاً حد $f(x)$ وقتی $x\to+\infty$ مقداری ثابت است با توجه به نکته ۲۳ داریم

$$\lim_{x\to+\infty}(x-\sqrt{ax^2+bx})=\lim_{x\to+\infty}(x-(ax+\frac{b}{2a}))=\lim_{x\to+\infty}(1-a)x-\frac{b}{2a}=\frac{b}{2a}\Rightarrow a=1$$

از طرفی $f(2)$ بی معنی است چون $f(x)=1-\frac{2x+b}{2\sqrt{x^2+bx}}$ بنابراین $2^2+b\times2=0$ یا $b=-2$ بنابراین $a+b=-1$.

۱۲ - (۱) باید معادله $x-3=\frac{2x+k}{x^2+2}$ یا $x^3-3x^2-k-6=0$ ریشه مضاعف داشته باشد ریشه مضاعف معادله ریشه مشتق نیز می‌باشد پس ریشهٔ معادله اخیر ریشه $3x^2-6x=0$ نیز می‌باشد پس $x=0$ یا $x=2$ ریشه مضاعف معادله $x^3-3x^2-k-6=0$ است که به ترتیب $k=-6$ و $k=-10$ را ایجاد می‌کند.

۱۳ - (۲) تابع یک ماکزیمم و یک مینیمم نسبی دارد پس معادله $y'=0$ دو ریشه

دارد یعنی $\Delta' > 0$ داریم.

$$y'=0 \Rightarrow -2ax^2+2ax+5=0 \Rightarrow a^2+10a>0 \Rightarrow a>0 \text{ یا } a<-10$$

چون مجانب مایل دارای شیب مثبت است پس $\frac{a}{-2}$ مثبت است پس $a<0$

بنابراین $a<-10$ قابل قبول است.

۱۴ - (۱) چون $x=\frac{7\pi}{6}$ مجانب قائم است پس داریم.

$$2+bSin\frac{7\pi}{6}=0 \Rightarrow 2+b(\frac{-1}{2})=0 \Rightarrow b=4$$ از طرفی عرض نقطه ماکزیمم برابر -1

است طول نقطه ماکزیمم از تساوی $y'=0$ یا $(2a-b)Cosx=0$ حاصل می‌شود که

دو مقدار $x=\frac{\pi}{2}$ و $x=\frac{3\pi}{2}$ که $x=\frac{3\pi}{2}$ بزرگتر از $\frac{7\pi}{6}$ است و قابل قبول می‌باشد داریم.

$$f(\frac{3\pi}{2})=-1 \Rightarrow \frac{1-a}{2-b}=-1 \Rightarrow 1-a=b-2=2 \Rightarrow a=-1 \Rightarrow ab=-4$$

۱۵ - (۳) $x^2\sqrt{x}dy=(x^2-\sqrt{x})dx \Rightarrow dy=(\frac{1}{\sqrt{x}}-\frac{1}{x^2})dx \Rightarrow y=2\sqrt{x}+\frac{1}{x}+c$

چون $f(1)=0$ پس $2+1+c=0$ یا $c=-3$ بنابراین داریم.

$$f(x) = 2\sqrt{x}+\frac{1}{x}-3 \Rightarrow f(\frac{1}{4}) = 1+4-3=2$$

۱۶ - (۴) با تغییر متغیر $u=2x+1$ داریم $x=\frac{u-1}{2}$ و $dx=\frac{1}{2}du$ در نتیجه:

$$\int \frac{3x+1}{\sqrt{2x+1}}\,dx = \int \frac{3\frac{(u-1)}{2}+1}{\sqrt{u}}(\frac{1}{2}du) = \frac{1}{4}\int \frac{3u-1}{\sqrt{u}}du =$$

$$\frac{1}{4}\int (3\sqrt{u}-\frac{1}{\sqrt{u}})du = \frac{1}{2}u\sqrt{u}-\frac{1}{2}\sqrt{u}+c$$

$$= \frac{u}{2}(\sqrt{u}-\frac{1}{2})+c = \sqrt{2x+1}\times x + c = \sqrt{2x+1}\times f(x)+c \Rightarrow f(x)=x$$

روش دوم: می‌توانید از طرفین مشتق بگیرید و با جایگزینی گزینه‌ها به نتیجه

برسید.

۱۷ - (۴) با فرض $u = \cos x$ نتیجه می‌شود $du = -\sin x dx$ داریم

$$S = \int_0^{\pi} \frac{\sin x}{\sqrt{1+\cos x}}\, dx = \int_0^{\pi} \frac{-du}{\sqrt{1+u}} = -2\left[\sqrt{1+u}\right]_0^{\pi} =$$

$$\left[-2\sqrt{(1+\cos x)}\right]_0^{\pi} = 2\sqrt{2}$$

روش دوم:

$$S = \int_0^{\pi} \frac{2\sin\frac{x}{2}\cos\frac{x}{2}}{\sqrt{2}\cos\frac{x}{2}}\, dx = \sqrt{2}\int_0^{\pi} \sin\frac{x}{2}\, dx =$$

$$\left[-2\sqrt{2}\cos\frac{x}{2}\right]_0^{\pi} = 2\sqrt{2}$$

۱۸ - (۱)

$$V = \int_{\frac{1}{2}}^{1} \pi \frac{1-x^2}{x^2}\, dx = -\pi \left[\frac{1}{x} - \pi x\right]_{\frac{1}{2}}^{1} = -2\pi - \left(\frac{-5}{2}\pi\right) = \frac{\pi}{2}$$

کتابخانه مجازی ریاضیات

کامل‌ترین مجموعه تست ریاضی دنیا

۷۷۷۷ تست جامع ریاضی

همراه با ۷۷۷۷ پاسخ تشریحی

کتابی که در دست شماست یک جلد از مجموعهٔ ۱۱ جلدی "**۷۷۷۷ تست جامع ریاضی**" است. این کتاب‌ها با همکاری جمعی از استادان و کارشناسان ارشد ریاضی دانشگاه‌های **صنعتی شریف، تهران و بوعلی سینا** با قلم همین مؤلف تألیف شده است. جهت کسب اطلاعات بیشتر به صفحات آخر کتاب مراجعه کنید.

- ۹۹۹ تست حساب جبر و مثلثات (مکمل ریاضیات ۱ تا ۵ و حسابان ۱)
- ۸۸۸ تست جبر و آنالیز(مکمل حساب‌دیفرانسیل و انتگرال ۱و۲ وحسابان ۱و۲)
- ۷۷۷ تست ریاضیات جدید (مکمل ریاضیات گسسته و جبر خطی)
- ۷۷۷ تست ریاضیات نوین (مکمل جبر و احتمال و ریاضی ۳ و ۴ و ۵)
- ۷۰۷ تست ریاضی ویژه نظام جدید

این کتاب ویژه نظام جدید بوده و شامل مباحث گراف،دنباله‌ها،انتگرال، جبرخطی و ... است.

- ۶۶۶ تست هندسه تحلیلی
- ۶۶۶ تست هندسه مسطحه (مکمل هندسه ۱و۲)
- ۵۵۵ تست ریاضیات عالی (ویژه کنکور کارشناسی‌ارشد و دکترا و اعزام به خارج)
- ۴۴۴ تست ریاضیات مقدماتی (ویژه دوره راهنمایی)
- ۳۳۳ تست ریاضیات ابتدایی (ویژه دوره ابتدایی)
- راهیان المپیاد (۱۰۰۱ تست ریاضی و کامپیوتر)

تذکر: آخرین کتاب ویژه مرحله اول المپیاد ریاضی و کامپیوتر کشور بوده و قابل استفاده برای افرادی است که می‌خواهند ریاضی خود را در حد بسیار عالی تقویت کنند.

لازم به ذکر است که تعداد تست‌های هر یک از کتابها بیش از شماره کتاب است و در حدود **۵۵۵۵** تست ویژه نظام قدیم و بیش از **۶۶۶۶** تست ویژه نظام جدید می‌باشد. تست‌ها یا فصل‌هایی که ویژه نظام قدیم است با علامت † مشخص شده است.

انتشارات گنجنامه

همدان،خیابان پاستور،شماره ۲۷،صندوق پستی ۳۳۳،تلفن ۵۲۷۶۶

شابک: ۴-۵-۹۱۴۵۳-۹۶۴ ISBN : 964-91453-5-4